А.Г.Мерзляк
В.Б.Полонський
Е.М.Рабінович
М.С.Якір

Збірник

задач і завдань для тематичного оцінювання

9 клас

АЛГЕБРА

ГІМНАЗІЯ

ЗМІСТ

Від авторів 3
Тематичний розподіл тренувальних вправ . . 4
Тренувальні вправи 6
Варіант 1 6
Варіант 2 52
Варіант 3 98
Завдання для тематичного оцінювання знань . 144
Варіант 1 144
Варіант 2 150
Відповіді та вказівки 156

А.Г. Мерзляк,
В.Б. Полонський,
Ю.М. Рабінович,
М.С. Якір

ЗБІРНИК

задач і завдань для тематичного оцінювання з алгебри для 9 класу

Рекомендовано Міністерством науки і освіти України

Харків
«Гімназія»
2005

ББК 22.1я72
МЗ-41

Рекомендовано
Міністерством науки і освіти України
(лист № 3/2-88 від 22.02.99)

Рецензент: *Мітельман І.М.* — кандидат фізико-математичних наук, вчитель-методист Рішельєвського ліцею при Одеському державному університеті.

Посібник є дидактичним матеріалом з алгебри для 9 класу загальноосвітніх шкіл. Він містить близько 1000 задач. Першу частину «Тренувальні вправи» поділено на три однотипних варіанти по 315 задач у кожному. Друга частина містить завдання для тематичного оцінювання навчальних досягнень учнів (два варіанти) за дванадцятибальною шкалою у відповідності з державною програмою з математики, прийнятою у 2001 році.

Для вчителів середніх шкіл та учнів 9 класів.

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Рабінович Ю.М., Якір М.С.
МЗ-41 Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання з алгебри для 9 класу. — Харків, Гімназія, 2004. — 160 с.: іл.

ISBN 966–7384–02–0 **ББК 22.1я72**

© А.Г. Мерзляк,
В.Б. Полонський,
Ю.М. Рабінович,
М.С. Якір, 2001

ISBN 966–7384–02–0

© Гімназія, 2001

126. $a < \frac{16}{9}$. **127.** $-1 < a \le \frac{2-\sqrt{40}}{9}$ або $\frac{2+\sqrt{40}}{9} \le a < \frac{5}{4}$. **136.** 1) Якщо $a < 2$, то $a < x < 2$; якщо $a > 2$, то $2 < x < a$; якщо $a = 2$, то розв'язків немає; 2) якщо $a \le 2$, то $x > 2$; якщо $a > 2$, то $2 < x < a$ або $x > a$; 3) якщо $a < 2$, то $x = a$ або $x \ge 2$; якщо $a \ge 2$, то $x \ge 2$; 4) якщо $a \le -4$, то $x < a$; якщо $a > -4$, то $x < -4$; 5) якщо $a < -4$, то $x < a$ або $x = -4$; якщо $a \ge -4$, то $x \le a$; 6) якщо $a < 3$, то $x < a$ або $x \ge 3$; якщо $a > 3$, то $x \le 3$ або $x > a$; якщо $a = 3$, то x — будь-яке число, не рівне 3; 7) якщо $a < -3$, то $a \le x < -3$ або $x > -3$; якщо $a = -3$, то $x > -3$; якщо $a > -3$, то $x \ge a$; 8) якщо $a < 1$, то $x < a$ або $a < x \le 1$; якщо $a = 1$, то $x < 1$; якщо $a > 1$, то $x \le 1$. **147.** 1) Якщо $|a| > 2\sqrt{2}$, то розв'язків немає; якщо $|a| = 2\sqrt{2}$, то один розв'язок; якщо $|a| < 2\sqrt{2}$, то два розв'язки; 2) якщо $|a| < 5$, то розв'язків немає; якщо $|a| = 5$, то два розв'язки; якщо $|a| > 5$, то чотири розв'язки. **153.** 6 і 5 або $-\frac{1}{3}$ і -14. **154.** 4 і 10 або $-\frac{30}{7}$ і $\frac{12}{7}$. **155.** 24 або 48. **156.** 15 см і 8 см. **157.** 10 см і 18 см. **158.** 30 см. **159.** 12 км/год і 15 км/год. **160.** 24 км/год і 18 км/год. **161.** 27 км/год і 3 км/год. **162.** 40 км/год і 60 км/год. **163.** 15 год і 12 год або 9 год 20 хв і 23 год 20 хв. **164.** 12 год і 18 год. **165.** 60 км/год. **166.** 10 м/с і 8 м/с. **167.** 60 км/год, 80 км/год, 2 год. **168.** 60 км/год. **169.** 60 км/год і 50 км/год; 3 год. **170.** 4 об/хв, 6 об/хв. **171.** 1 год 48 хв і 2 год 15 хв. **191.** 1) $a_n = (2n-1)^2$; 2) $a_n = \frac{n}{n+2}$; 3) $a_n = (-1)^{n+1} n$; 4) $a_n = \frac{(-1)^n + 1}{n}$. **218.** $a_1 = 10$, $d = 3$. **231.** 1) $n = 12$; 2) $x = 26$. **232.** 19. **233.** 6 год. **244.** 2, 5, 8 або 11, 5, -1. **286.** 4) $-\frac{2}{3}$; 5) $\frac{5(\sqrt[10]{a} - 3)}{\sqrt[10]{a}}$; 6) $\sqrt[8]{b} - 7$. **296.** 3) $\frac{x^{\frac{1}{6}} - 3}{2x^{\frac{1}{6}}}$; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $c^{\frac{1}{8}} + 8$.

$a^3 + b^3 = 4$, $(a + b)((a + b)^2 - 3ab) = 4$, $x(x^2 + 3) = 4$, звідки $x = 1$. **296.** 3) 0; 4) $\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}}$; 5) $m^{\frac{1}{10}} - 5$.

Варіант 2

60. $[3; \infty)$. **75.** 1) $-\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{2y(y-3)}$; 3) 2. **77.** Якщо $a = -4$, то розв'язків немає; якщо $a = 2$, то x — будь-яке; якщо $a \neq -4$ і $a \neq 2$, то $x = \frac{a+2}{a+4}$; 2) якщо $a = -\frac{1}{2}$, то розв'язків немає; якщо $a = 3$, то x — будь-яке; якщо $a \neq -\frac{1}{2}$ і $a \neq 3$, то $x = \frac{3a-1}{2a+1}$. **91.** $p = -\frac{9}{2}$, $q = \frac{5}{2}$. **93.** $y = -3x^2$. **94.** $y = 3x^2 - 3$. **95.** $p = -4$, $q = 9$. **96.** $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$, $c = \frac{11}{2}$. **99.** $c = 1$. **100.** $a < -\frac{9}{8}$. **101.** $a > -\frac{2}{3}$. **102.** $2 < a \leq \frac{15}{7}$. **103.** 1) (2; 2); (–4; 4); 2) (–6; 10); (2; 2). **106.** $a = 2$. **107.** $a > -4$. **115.** 1) $-3 < a < 1$; 2) $a < 0$ або $a > \frac{3}{2}$; 3) $-9 < a \leq 3$; 4) $a < -1$ або $a > \frac{7}{2}$. **116.** 1) $b < 2$ або $b > 6$; 2) $b < 0$ або $0 < b < \frac{1}{4}$; 3) $b \neq \frac{1}{2}$; 4) $b < -\frac{10}{3}$ або $-\frac{10}{3} < b < \frac{-4-\sqrt{356}}{17}$, або $b > \frac{-4+\sqrt{356}}{17}$. **118.** 1) $a < 0$ або $a > 3$; 2) таких значень a не існує; 3) $2 < a < 8$; 4) таких значень a не існує. **119.** 1) $m \leq 0$; 2) $m > 2$. **120.** 1) Якщо $a \leq -3$, то $-3 < x < 2$; якщо $-3 < a < 2$, то $a \leq x < 2$; якщо $a \geq 2$, то розв'язків немає; 2) якщо $a \leq -8$, то $x < a$; якщо $-8 < a \leq -1$, то $x \leq -8$; якщо $a \geq -1$, то $x \leq -8$ або $-1 \leq x < a$. **121.** 1) Якщо $a < -2$, то $x \leq a$ або $x \geq -2$; якщо $a = -2$, то x — будь-яке; якщо $a > -2$, то $x \leq -2$ або $x \geq a$; 2) якщо $a < -2$, то $2a + 1 < x < a - 1$; якщо $a > -2$, то $a - 1 < x < 2a + 1$; якщо $a = -2$, то розв'язків немає. **122.** $b > 2$. **123.** $1 - 3\sqrt{2} < a < \frac{1}{2}$ або $a > 1 + 3\sqrt{2}$. **124.** Таких значень m не існує. **125.** $a > \frac{5}{4}$.

ВІД АВТОРІВ

Учням

Любі діти! У цьому році ви продовжите захоплюючу подорож по чудовій країні Алгебра. Ми впевнені, що подолання перешкод, які стануть на вашому шляху, не тільки допоможе вам зміцніти, але й принесе радість від одержаних перемог.

Учителю

Ми дуже сподіваємось, що, придбавши цю книжку не тільки для себе, а й «на клас», Ви не пошкодуєте. Навіть тоді, коли Вам пощастило, і Ви працюєте за підручником, який подобається, все одно задач, як і грошей, буває або мало, або зовсім мало. Ми маємо надію, що цей посібник допоможе ліквідувати «задачний дефіцит».

Першу частину — «Тренувальні вправи» — поділено на три однотипні варіанти по 315 задач у кожному. До багатьох (найбільш складних) задач першого і другого варіантів наведено відповіді та вказівки до розв'язку. Відсутність відповідей до вправ третього варіанта, на нашу думку, розширює можливості вчителя при складанні самостійних і перевірочних робіт. На стор. 4, 5 наведено таблицю тематичного розподілу тренувальних вправ. Друга частина посібника містить завдання для тематичного оцінювання знань учнів (два варіанти).

Зміст завдань поділимо умовно на дві частини. Перша відповідає початковому і середньому рівням навчальних досягнень. Завдання цієї частини позначені символом n° (n — номер завдання). Друга частина відповідає достатньому і високому рівням. Завдання кожного з цих рівнів позначені символами $n^{\bullet}$ і $n^{\bullet\bullet}$ відповідно. Виконання першої частини максимально оцінюється у шість балів. Правильно розв'язані задачі рівня $n^{\bullet}$ додають ще 4 бали, тобто учень має можливість отримати відмінну оцінку 10 балів. Якщо учневі вдалося ще розв'язати задачу $n^{\bullet\bullet}$, то він отримує оцінку 12 балів.

Тематичний розподіл тренувальних вправ

Тема	Номери вправ
Числові нерівності та їх властивості	1–12
Числові проміжки	13–18
Розв'язування нерівностей з однією змінною	19–31
Системи нерівностей з однією змінною	32–51
Доведення нерівностей	52–54
Функції	55–68
Квадратний тричлен і його корені. Розклад квадратного тричлена на множники	69–77
Перетворення графіків функцій	78–82
Квадратична функція та її графік	83–107
Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною	108–128
Розв'язування нерівностей методом інтервалів	129–136
Розв'язування рівнянь з використанням розкладу на множники	137; 138
Розв'язування рівнянь з використанням введення нової змінної	139–142
Графік рівняння з двома змінними	143; 144
Графічний спосіб розв'язування систем рівнянь	145–147
Розв'язування систем рівнянь другого степеня	148–152
Розв'язування задач за допомогою систем рівнянь другого степеня	153–171
Властивості функцій. Парні і непарні функції	172–177
Степенева функція $y = x^n$, $n \in N$	178–182
Послідовності	183–193

$a < -3$, то $x < 2a + 1$ або $x > a - 2$. **122.** 1) $-8 < b < 4$. *Вказівка.* Досить розв'язати нерівність $y(4) < 0$. **123.** $1 < m < 5$ або $m < -2$. *Вказівка.* Зробити рівняння зведеним. **124.** $6 - 2\sqrt{7} < a < 6$. **125.** $a > \frac{11}{9}$. **126.** $a \ge 6$. **127.** $-1{,}5 < a < 1\frac{5}{7}$.

136. 1) Якщо $a = 4$, то розв'язків немає; якщо $a < 4$, то $a < x < 4$; якщо $a > 4$, то $4 < x < a$; 2) якщо $a \le 4$, то $x > 4$; якщо $a > 4$, то $4 < x < a$ або $x > a$; 3) якщо $a < 4$, то $x \ge 4$ або $x = a$; якщо $a \ge 4$, то $x \ge 4$; 4) якщо $a \le -2$, то $x < a$; якщо $a > -2$, то $x < -2$ або $-2 < x < a$; 5) якщо $a < -2$, то $x \le a$ або $x = -2$; якщо $a \ge -2$, то $x \le a$; 6) якщо $a = 7$, то немає розв'язків; якщо $a < 7$, то $a < x \le 7$; якщо $a > 7$, то $7 \le x < a$; 7) якщо $a = 5$, то $x > 5$; якщо $a < 5$, то $a \le x < 5$ або $x > 5$; якщо $a > 5$, то $x \ge a$; 8) якщо $a = 5$, то $x < 5$; якщо $a > 5$, то $x \le 5$; якщо $a < 5$, то $a < x \le 5$ або $x < a$. **147.** 1) Якщо $|a| > \sqrt{2}$, то розв'язків немає; якщо $|a| = \sqrt{2}$, то один розв'язок; якщо $|a| < \sqrt{2}$, то два розв'язки; 2) якщо $|a| < 3$, то розв'язків немає; якщо $|a| = 3$, то два розв'язки; якщо $|a| > 3$, то чотири розв'язки. **153.** -7; $-5{,}5$ або 12; 4. **154.** 28; -21 або 3; 4. **155.** 63. **156.** 5 см; 12 см. **157.** 20 см, 15 см. **158.** 24 см. **159.** 80 км/год, 40 км/год. **160.** 45 км/год. **161.** 20 км/год, 2 км/год. **162.** 50 км/год, 70 км/год. **163.** 24 год, 12 год. **164.** 20 днів, 30 днів. **165.** 5 км/год. **166.** 2 км/год, 3 км/год. **167.** 6 км/год, 4 км/год, 54 хв. **168.** 100 км/год. **169.** 6 км/год, 9 км/год; 6 год. **170.** 6 с, 4 с. **171.** 5 год 15 хв; 2 год 6 хв.

191. 1) $a_n = (n + 1)^2$; 2) $a_n = \frac{n}{n+1}$; 3) $a_n = (-1)^{n+1}$; 4) $a_n = \frac{1 + (-1)^{n+1}}{n}$. **218.** $a_1 = -1$, $d = 8$. *Вказівка.* $a_1 = S_1$, $S_2 = a_1 + a_2$. **231.** 1) $n = 12$; 2) $x = 58$. **232.** 19. **233.** 4 год. **234.** 3, 12, 48. **286.** 4) $\frac{2}{3\sqrt[4]{a}}$; 5) $\frac{3(\sqrt[8]{a} + 4)}{\sqrt[8]{a}}$; 6) $\frac{2\sqrt[6]{xy}}{2\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}}$.

287. *Вказівка.* Нехай $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} = a$, $\sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} = b$. Треба показати, що $x = a + b$ — число раціональне. Маємо:

ВІДПОВІДІ ТА ВКАЗІВКИ

Варіант 1

60. 4) $[-3; \infty)$. **75.** 1) $\frac{6y-1}{4y^2}$; 2) -2; 3) 1. **77.** 1) Якщо $a = 8$, то x — будь-яке; якщо $a = -7$, то немає розв'язків; якщо $a \ne 8$ і $a \ne -7$, то $x = \frac{a+8}{a+7}$; 2) якщо $a = 3$, то x — будь-яке; якщо $a = -8$, то немає розв'язків; якщо $a \ne -8$ і $a \ne 3$, то $x = \frac{2a+1}{a+8}$. **91.** $p = -2$; $q = -3$. **93.** $y = \frac{1}{4}x^2$. **94.** $y = 2x^2 - 5$. *Вказівка.* Шукана парабола задається рівнянням виду $y = ax^2 + b$. **95.** $p = -8$; $q = 23$. **96.** $a = \frac{4}{9}$, $b = -\frac{16}{9}$, $c = \frac{25}{9}$. **99.** $c = -12$. **100.** $a < -15{,}625$. **101.** $a > \frac{29}{20}$. **102.** Таких a не існує. **103.** 1) (5; 5), (–1; –1); 2) (2; 11), (4; 9). **106.** $a = 9$ або $a = 1$. **107.** $a > \frac{29}{8}$. *Вказівка.* Оскільки вітки даної параболи напрямлені вгору, то значення функції на кореневому проміжку $(x_1; x_2)$ від'ємне. Тому досить розв'язати нерівність $y(3) < 0$. **115.** 1) $-4 < a < 2$; 2) $a < -\frac{16}{7}$ або $a > 0$; 3) $-3 < a \le 5$; 4) $a < -2$ або $a > 1$. **116.** 1) $b < -\frac{1}{4}$ або $b > 1$; 2) $b < -1$ або $-\frac{1}{5} < b < 0$, або $b > 0$. *Вказівка.* При $b = 0$ рівняння стає лінійним і має один дійсний корінь. 3) $b < 1$ або $b > 1$. **118.** 1) $-1 < a < \frac{3}{2}$; 2) $-4 \le a \le 4$; 3) $a < -4$; 4) $-3 \le a \le 0$. **119.** 1) $0 \le m \le \frac{4}{3}$; 2) $m < \frac{1}{2}$. **120.** 1) Якщо $a < -3$, то $a < x < -3$ або $x > 4$; якщо $-3 \le a \le 4$, то $x > 4$; якщо $a > 4$, то $x > a$; 2) якщо $a \le -6$, то немає розв'язків; якщо $-6 < a \le -1$, то $-6 \le x < a$; якщо $a > -1$, то $-6 \le x \le -1$. **121.** 1) Якщо $a = 3$, то $x = 3$; якщо $a < 3$, то $a \le x \le 3$; якщо $a > 3$, то $3 \le x \le a$; 2) якщо $a = -3$, то $x < -5$ або $x > -5$; якщо $a > -3$, то $x < a - 2$ або $x > 2a + 1$; якщо

Тема	Номери вправ
Означення арифметичної прогресії. Формула n-го члена арифметичної прогресії	194–210
Сума n перших членів арифметичної прогресії	211–233
Означення геометричної прогресії. Формула n-го члена геометричної прогресії	234–244
Сума n перших членів геометричної прогресії	245–252
Нескінченна геометрична прогресія із знаменником q таким, що $\|q\| < 1$	253–258
Означення кореня n-го степеня	259–269
Властивості арифметичного кореня n-го степеня	270–287
Степінь з раціональним показником і його властивості	288–296
Наближені обчислення	297–302
Перші відомості про статистику	303–305
Відсоткові розрахунки	306–315

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

Варіант 1

Числові нерівності та їх властивості

1. Дано: $a > b$. Порівняти:
   1) $a + 5$ і $b + 5$; 3) $1{,}9a$ і $1{,}9b$; 5) $-100b$ і $-100a$;
   2) $b - 10$ і $a - 10$; 4) $-a$ і $-b$; 6) $\frac{a}{13}$ і $\frac{b}{13}$.
2. Дано: $a < b$. Порівняти:
   1) $a - 3$ і b; 3) $-a + 1$ і $-b + 1$;
   2) a і $b + 4$; 4) $a + 5$ і $b - 1$.
3. Порівняти a і 0, якщо:
   1) $6a > 5a$; 2) $\frac{a}{8} < \frac{a}{9}$; 3) $-7a > -9a$; 4) $-\frac{a}{100} > -\frac{a}{10}$.
4. Чи вірне твердження:
   1) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a + b > 13$;
   2) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a + b > 12$;
   3) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a + b > 14$;
   4) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $ab > 30$;
   5) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a - b > -7$;
   6) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $ab > 28$;
   7) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $2a + 4b > 39$;
   8) якщо $a > 3$ і $b < 10$, то $a - b > -7$;
   9) якщо $a < 3$ і $b < 10$, то $ab < 30$;
   10) якщо $0 < a < 3$ і $0 < b < 10$, то $ab < 30$;
   11) якщо $a > 3$, то $a^2 > 9$;
   12) якщо $a < 3$, то $a^2 < 9$;
   13) якщо $a > 3$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$;
   14) якщо $a < 3$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{3}$?

Тематичне оцінювання № 9

Тема. *Узагальнення і систематизація знань учнів*

1°. Розв'язати нерівність:

$$3(2x + 3) \le 49 - 2x.$$

2°. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x^2 + xy + y^2 = 16. \end{cases}$$

3•. Побудувати графік функції $y = 8 + 2x - x^2$. Вказати:
1) проміжок, в якому функція спадає;
2) множину розв'язків нерівності $8 + 2x - x^2 \le 0$.

4•. Знайти суму шістнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_6 = 1$, $a_9 = 2{,}8$.

5••. Аркадій і Марина, працюючи разом, можуть зробити оригінал-макет деякої книжки на комп'ютері за 8 днів. Якщо Марина набере $\frac{1}{6}$ частину книжки, а потім її змінить Аркадій, то вся книжка буде набрана за 14 днів. За скільки днів може зробити оригінал-макет кожний з них, працюючи самостійно?

4•. Спростити вираз:

1) $\sqrt[28]{a^7}$; 3) $\sqrt[10]{(x-2)^{10}}$, якщо $x \geq 2$.

2) $\sqrt[6]{m^6}$, якщо $m \leq 0$;

5•. Скоротити дріб:

1) $\dfrac{x + 7x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{3}{5}} + 7}$; 2) $\dfrac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{4}} + 3m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}} + 6m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{4}} + 9n^{\frac{1}{2}}}$.

6••. Спростити вираз:

$$\left(\frac{3\sqrt[6]{x}-2}{\sqrt[6]{x}+2} - \frac{2\sqrt[3]{x}-14\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}-4} - \frac{\sqrt[6]{x}+3}{\sqrt[6]{x}-2}\right) : \frac{4}{\sqrt[6]{x}+2}.$$

Тематичне оцінювання № 8

Тема: *Елементи прикладної математики*

1°. Довжина лінійки становить $l = 22{,}7 \pm 0{,}1$ см. Вкажіть наближене значення довжини лінійки і границю її абсолютної похибки.

2°. Знайдіть за правилами підрахунку цифр суму і добуток наближених значень $a = 2{,}3$ і $b = 4{,}302$.

3°. Скільки міді міститься у 16 кг сорокап'ятивідсоткового сплаву?

4•. Дано вибірку: 3; 3; 4; 5; 8; 8; 5; 8; 10. Знайдіть її модуль, медіану і середнє значення. Побудуйте відповідну гістограму.

5•. Вкладник поклав у банк 6000 гривень під 8% річних. Скільки відсоткових грошей він отримає через три роки?

6•. Було два розчину солі, один з них містив 10% солі, а другий — 15%. Скільки грамів кожного з них треба взяти, щоб отримати 150 г розчину, що містить 12% солі?

7••. Ціна деякого товару спочатку знизилась на 20%, а потім підвищилась на 30%. Як і на скільки відсотків змінилась ціна внаслідок цих двох переоцінок?

5. Дано: $a > 0$ і $b < 0$. Порівняти:

1) $a - b$ і 0; 3) $4a - 5b$ і b;

2) $b - a$ і a; 4) $\dfrac{1}{3b - 2a}$ і a.

6. Дано: $-4 < a < 3$. Оцінити значення виразу:

1) $4a$; 3) $a + 5$; 5) $-a$; 7) $2a - 6$;

2) $\dfrac{a}{5}$; 4) $a - 7$; 6) $-2a$; 8) $5 - 3a$.

7. Дано: $3 < a < 9$. Оцінити значення виразу $\dfrac{1}{a}$.

8. Дано: $-5 < a < 5$. Оцінити значення виразу $\dfrac{1}{a}$.

9. Відомо, що $3{,}3 < \sqrt{11} < 3{,}4$. Оцінити значення виразу:

1) $3\sqrt{11}$; 2) $-4\sqrt{11}$; 3) $5 - \sqrt{11}$; 4) $\dfrac{5 - \sqrt{11}}{2}$.

10. Дано: $4 < a < 7$ і $3 < b < 5$. Оцінити значення виразу:

1) $a + b$; 3) ab; 5) $3a + 7b$; 7) $\dfrac{4b}{9a}$;

2) $a - b$; 4) $\dfrac{a}{b}$; 6) $2a - 5b$; 8) $\dfrac{0{,}6b - 0{,}2a}{0{,}7a - 0{,}1b}$.

11. Оцінити периметр рівнобедреного трикутника з основою a см і бічною стороною b см, якщо $11 < a < 15$; $12 < b < 20$.

12. Оцінити периметр і площу прямокутника з сторонами a см і b см, якщо $30 < a < 50$; $10 < b < 40$.

Числові проміжки

13. Зобразити на координатній прямій проміжок:

1) $(-4; 2)$; 3) $[-4; 2)$; 5) $[-4; \infty)$; 7) $(-\infty; -4)$;

2) $[-4; 2]$; 4) $(-4; 2]$; 6) $(-4; \infty)$; 8) $(-\infty; -4]$.

14. Зобразити на координатній прямій і записати проміжок, що задається нерівністю:

1) $x < 3$; 4) $x \geq 1$; 7) $-3{,}8 < x \leq 6{,}4$;

2) $x > -5$; 5) $0 < x < 9$; 8) $0{,}1 \leq x < 604$.

3) $x \leq -2$; 6) $\dfrac{1}{3} \leq x \leq 4\dfrac{1}{8}$;

15. Записати всі цілі числа, які належать проміжку:

1) $[4; 8]$; 2) $(3{,}7; 9]$; 3) $[-4{,}8; 2]$; 4) $(-3; 3)$.

16. Знайти найменше ціле число, яке належить проміжку:

1) [−10; -5]; 2) (6; 12]; 3) (11,2; ∞); 4) [13; ∞).

17. Показати на координатній прямій та записати переріз проміжків:

1) [−2; 6] і [3; 8]; 4) (− ∞; 3,7) і (3,9; ∞);
2) [4; 7] і (4; 9]; 5) [10; ∞) і [13,4; ∞);
3) (− ∞; 5,2) і (4,3; ∞); 6) [6; 10] і [7,3; 8).

18. Показати на координатній прямій та записати об'єднання проміжків:

1) [2; 7,4] і [3; 9]; 4) [3; 7) і [7; ∞);
2) [4; 7] і (4; 9]; 5) (− ∞; 10) і (6,4; ∞);
3) (− ∞; 5) і (2; 8,1); 6) (− ∞; 3,7) і (3,9; ∞).

Розв'язування нерівностей з однією змінною

19. Які з чисел −5; 4; −6; 0; $\frac{1}{3}$ є розв'язками нерівності:

1) $x > \frac{1}{3}$; 3) $2x > x + 1$; 5) $\sqrt{x+1} > 2$;
2) $x \le 4$; 4) $x^2 - 4 \le 0$; 6) $\frac{1}{x} < 1$?

20. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 > 0$; 5) $\frac{x-1}{x-1} \ge 0$; 9) $\left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 > 0$;
2) $x^2 \le 0$; 6) $\frac{x-1}{x-1} > \frac{1}{2}$; 10) $x + \frac{1}{x} > \frac{1}{x} - 1$.
3) $\frac{1}{x^2} + 1 > 0$; 7) $\frac{x-1}{x-1} \le 1$;
4) $\frac{x-1}{x-1} > 0$; 8) $\left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 \ge 0$;

21. Розв'язати нерівність:

1) $7x > 14$; 5) $4{,}7x > 0$;
2) $-3x \ge 12$; 6) $-2x \le 0$;
3) $\frac{1}{3}x > -2$; 7) $1\frac{3}{4}x \le -2\frac{1}{3}$;
4) $0{,}1x \le -5$; 8) $2x > 18 - x$;

Тематичне оцінювання № 6

Тема: *Арифметична і геометрична прогресії*

1°. Знайти шістнадцятий член і суму тридцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 10$ і $a_2 = 6$.

2°. Знайти шостий член і суму п'яти перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = -64$ і $q = \frac{1}{2}$.

3°. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії −125; 25; −5; ... .

4•. Знайти номер члена арифметичної прогресії (a_n), рівного 10,9, якщо $a_1 = 8{,}5$ і $d = 0{,}3$.

5•. Між числами 2 і −54 вставити два таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію.

6••. Знайти суму всіх натуральних чисел, більших за 50 та менших від 180, що кратні 8.

Тематичне оцінювання № 7

Тема: *Корінь n-го степеня. Степінь з раціональним показником*

1°. Знайти значення виразу:

1) $5\sqrt[4]{16} - 2\sqrt[3]{-216} - \sqrt[3]{64}$; 3) $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{243}}$.
2) $\sqrt[3]{8 \cdot 125}$;

2°. Представити вираз у вигляді степеня або добутку степенів:

1) $c^{3,8} \cdot c^{1,2}$; 3) $\left(c^{\frac{15}{28}}\right)^{\frac{14}{45}}$;
2) $c^{-\frac{4}{9}}c^{\frac{11}{18}}$; 4) $c^{\frac{5}{8}} : c^{\frac{1}{6}}$.

3°. Розв'язати рівняння:

1) $x^3 = 27$; 3) $x^6 = 64$; 5) $\sqrt[6]{x} = -3$.
2) $x^7 = 10$; 4) $\sqrt[5]{x} = 1$;

2°. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x-1{,}4}{x+2{,}8} < 0$; 2) $\frac{8-x}{x-1} \le 0$.

3°. Знайти область визначення функції:

1) $y = \sqrt{7x - x^2}$; 2) $y = \frac{9}{\sqrt{15 - 2x - x^2}}$.

4°°. Знайти, при яких значеннях a рівняння $x^2 - (a-6)x + 4 = 0$ не має коренів.

Тематичне оцінювання № 5

Тема. *Розв'язування систем рівнянь. Властивості функцій*

1°. Розв'язати рівняння:

1) $x^4 + 35x^2 - 36 = 0$; 2) $x^4 - 9x^2 + 14 = 0$.

2°. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - xy = 6. \end{cases}$$

3°. Розв'язати графічно систему рівнянь:

$$\begin{cases} y = 2x - x^2, \\ y = 3 - 2x. \end{cases}$$

4°. Чи є парною або непарною функція, задана формулою:

1) $f(x) = 6x^6 - 5x^2$; 3) $f(x) = x^4 - x$?

2) $f(x) = x^3 - 5x^5$;

5°. Із станції A до станції B, відстань між якими дорівнює 180 км, вирушили одночасно два поїзди. Один з них прибув на станцію B на 3 год раніше від другого. Знайти швидкість руху кожного поїзда, якщо другий проходить за 3 год на 30 км більше, ніж перший — за одну годину.

6°°. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = 25, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

---

9) $7x + 3 \le 30 - 2x$; 11) $5{,}4 - 1{,}5x \ge 0{,}3x - 3{,}6$;

10) $7 - 2x < 3x - 18$; 12) $\frac{3}{8}x + 15 < \frac{1}{6}x + 10$.

22. Розв'язати нерівність:

1) $5 - 2(x - 1) > 4 - x$;

2) $0{,}2(7 - 2y) \le 2{,}3 - 0{,}3(y - 6)$;

3) $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right) \ge 4x + 2\frac{1}{2}$;

4) $x(4x + 1) - 7(x^2 - 2x) < 3x(8 - x) + 6$;

5) $\frac{x-4}{3} - \frac{x}{2} > 5$;

6) $\frac{x+14}{6} - \frac{x-12}{8} \le 3$;

7) $\frac{7x-4}{9} - \frac{3x+3}{4} > \frac{8-x}{6}$;

8) $(x + 6)(x - 1) - (x + 3)(x - 4) \le 5x$;

9) $(4x - 1)^2 - (2x - 3)(6x + 5) > 4(x - 2)^2 + 16x$;

10) $2x(3 + 8x) - (4x - 3)(4x + 3) \ge 1{,}5x$.

23. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності:

1) $2x + 9 > 4x - 7$;

2) $14x^2 - (2x - 3)(7x + 4) \le 14$;

3) $(2x - 3)^2 + (3 - 4x)(x + 5) \ge 82$;

4) $(x - 1)(x + 1) < 2(x - 5)^2 - x(x - 3)$.

24. Розв'язати нерівність:

1) $3x + 6 > 2(2x - 7) - x$;

2) $6{,}2(3 - 2x) \ge 20 - (12{,}4x + 1{,}4)$;

3) $6x + (x - 2)(x + 2) \ge (x + 3)^2$;

4) $2x(x - 4) - (2x + 5)(x - 10) < 2(3{,}5x + 50)$.

25. При яких значеннях x має зміст вираз:

1) $\sqrt{4x - 3}$; 3) $\frac{7}{\sqrt{4x + 16}}$; 5) $\sqrt{8 - 16x} + \frac{5}{x^2 - 4}$;

2) $\sqrt{5 - 11x}$; 4) $\sqrt{x + 5} + \frac{1}{x - 3}$; 6) $\frac{10}{\sqrt{3x + 36}} + \frac{9}{|x| - 1}$?

26. При яких значеннях a рівняння не має коренів:

1) $x^2 + 4x - a = 0$;

2) $(a - 1)x^2 + (2a - 3)x + a = 0$;

3) $(a-2)x^2-2(a-3)x+a+1=0$;
4) $2x^2+(2a+12)x+a^2+2a+26=0$?

27. При яких значеннях b рівняння має додатний корінь:
1) $5x-7=4b$;
2) $(b-4)x=9$;
3) $(b-2)x=b^2-4$;
4) $(4b^2+11b)x=b$?

28. Розв'язати нерівність:
1) $ax>0$;
2) $ax<1$;
3) $ax \ge a$;
4) $a^2x \le 0$;
5) $a+x<2-ax$;
6) $2(x-a)<ax-4$;
7) $(a-2)x>a^2-4$;
8) $(a+3)x \le a^2-9$.

29. У саду росли яблуні і вишні. Відношення кількості яблуневих дерев до вишневих дорівнює 3:8. Яка найбільша кількість вишневих дерев може бути в саду, якщо всього росло не більше, ніж 400 дерев?

30. Довжини сторін трикутника виражаються цілими числами. Дві сторони мають довжини 10 см і 18 см. Якого найменшого значення може набувати довжина третьої сторони?

31. Сума трьох послідовних натуральних чисел, кратних 3, не перевищує 130. Знайти найбільше значення, якого може набувати перше число з цієї трійки чисел.

Системи нерівностей з однією змінною

32. Чи є числа –2; 1,5; 4 розв'язками системи:
1) $\begin{cases} x>-3, \\ x<6; \end{cases}$
2) $\begin{cases} x \le 4, \\ x \ge 0; \end{cases}$
3) $\begin{cases} 2x-1>x+3, \\ 8x+3>7+x; \end{cases}$
4) $\begin{cases} 1-3x>2, \\ 5-4x<1? \end{cases}$

33. Розв'язати систему нерівностей:
1) $\begin{cases} 5x>-25, \\ -7x>14; \end{cases}$
2) $\begin{cases} 6x-7 \ge 4x-3, \\ 3x+16 \ge 8x-4; \end{cases}$
3) $\begin{cases} 0{,}3(x-6) \le 0{,}5x+1, \\ 4x+7>2(x+6{,}5); \end{cases}$

4°. Розв'язати подвійну нерівність $-6 \le \frac{5-2x}{3} \le 2$.

5°. При яких значеннях змінної має зміст вираз
$$\sqrt{4x+16}+\frac{1}{\sqrt{6-3x}}?$$

6°°. Довести, що при $a \ge 0$, $b \ge 0$, $c \ge 0$ виконується нерівність $(a+4)(b+1)(c+4) \ge 32\sqrt{abc}$.

Тематичне оцінювання № 3

Тема. *Функції. Квадратична функція*

1°. Функцію задано формулою $f(x)=\frac{1}{3}x^2+2x$. Знайти $f(3)$ і $f(-1)$.

2°. Знайти область визначення функції $f(x)=\frac{x^2-5}{x^2-6x-16}$.

3°. Побудувати графік функції $y=(x+2)^2-1$.

4°. Побудувати графік функції $f(x)=3+2x-x^2$. Користуючись графіком, знайти:
1) $f(4)$;
2) корені рівняння $f(x)=-2$;
3) нулі даної функції;
4) проміжки, в яких $f(x)>0$ і в яких $f(x)<0$;
5) область значень даної функції.

5°. Побудувати графік функції:
1) $f(x)=\sqrt{x+4}$;
2) $f(x)=\sqrt{x}+4$.

6°°. Знайти область визначення функції
$$f(x)=\sqrt{x+4}+\frac{8}{x^2-9}.$$

Тематичне оцінювання № 4

Тема. *Квадратичні нерівності*

1°. Розв'язати нерівність:
1) $x^2+4x-21>0$;
2) $3x^2-15x \le 0$;
3) $x^2>81$;
4) $x^2+14x+49>0$;
5) $(x+7)(x-6)(x-9) \ge 0$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕМАТИЧНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ

Варіант 2

Тематичне оцінювання № 1

Тема. *Числові нерівності та їх властивості*

1°. Дано: $a < b$. Порівняти:

1) $a - 12$ і $b - 12$;
2) $4{,}5a$ і $4{,}5b$;
3) $-10a$ і $-10b$.

2°. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{3}{8}x \le -\frac{3}{4}$;
2) $7x - 4 > 6(3x - 2)$.

3•. Дано: $4 < x < 10$; $5 < y < 8$. Оцінити значення виразу:

1) $4x + y$;
2) xy;
3) $y - x$;
4) $\frac{x}{y}$.

4•. Розв'язати нерівність:

1) $(x + 3)(x - 6) \ge (x + 4)(x - 5)$;
2) $\frac{2x - 1}{4} - \frac{x + 3}{8} < -4$.

5••. При яких значеннях a рівняння $(a + 3)x = a^2 - 9$ має тільки один від'ємний корінь?

Тематичне оцінювання № 2

Тема. *Системи лінійних нерівностей з однією змінною. Доведення нерівностей*

1°. Довести нерівність $(x + 3)(x - 10) < (x - 5)(x - 2)$.

2°. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} 8x - 32 < 0, \\ -3x + 15 > 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x - 5 < 13, \\ 28 + 4x > 20; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 5x - 7 > 8, \\ 2x + 1 < 3. \end{cases}$

3•. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

$$\begin{cases} 4(5x - 4) \le 13(x - 1) + 18, \\ x(x + 5) - (x - 2)(x + 8) < 4. \end{cases}$$

4) $\begin{cases} 3x(x - 7) - x(4 + 3x) < 5, \\ 12x^2 - (2x - 3)(6x + 4) < 17; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{5x - 4}{6} - 1 > \frac{2x + 1}{3}, \\ \frac{3x + 1}{4} - 2x > 2{,}5 - \frac{3x - 2}{8}; \end{cases}$

6) $\begin{cases} (5x - 1)^2 + 4x \le (5x - 1)(5x + 1) - 4x, \\ \frac{2x - 7}{6} + \frac{7x + 3}{3} \le 3 - \frac{2 - x}{2}. \end{cases}$

34. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} 6x - 9 < 3x + 15, \\ 7 - 2x > 13 - 5x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 8x + 20 \ge 3x + 5, \\ 2x + 1 \ge 4x - 5; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x - 1 > 2x + 4, \\ 10x - 5 \le 3x + 13; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \frac{5x + 3}{2} - 1 \ge 3x, \\ (x + 1)(x - 4) - 2 \le (x + 2)(x - 3) - x. \end{cases}$

35. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} 2(3x - 4) > 6(x + 1) - 20, \\ 0{,}4(5 - x) \le 3(x + 1{,}4) + 1{,}2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 1 - \frac{3x - 88}{7} > 5x, \\ x(x - 4) - (x + 1)(x - 5) < 2. \end{cases}$

36. При яких значеннях змінної має зміст вираз:

1) $\sqrt{7x - 8} + \sqrt{3x - 14}$;
2) $\sqrt{2x + 3} - \frac{1}{\sqrt{9 - 2x}}$;
3) $\sqrt{2x - 5} + \sqrt{2 - x}$;
4) $\frac{7}{\sqrt{4 - 3x}} - \frac{5}{x^2 - x}$?

37. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x < 3, \\ x < a; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 2, \\ x > a. \end{cases}$

38. Розв'язати нерівність:

1) $-2 < x - 5 < 7$;
2) $-4{,}2 \le 3x + 2{,}4 \le 6$;
3) $0{,}6 \le 5 - 2x < 0{,}8$;
4) $7 < \frac{x}{4} - 1 < 7{,}1$;

5) $1 \le \frac{6x+5}{2} \le 4$; 6) $2,4 < \frac{8-4x}{3} < 2,8$.

39. Скільки цілих розв'язків має нерівність:

1) $-3 \le 6x - 4 \le 2$; 2) $-1 \le 3 - 10x \le 5$?

40. При яких значеннях x значення функції $y = x(1 - \sqrt{3})$ належать проміжку $[2 - 2\sqrt{3};\ 4 - 4\sqrt{3}]$?

41. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x < 5, \\ x > 3, \\ x < 4,7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 7 > 6, \\ 3 - 4x < 9, \\ 7x - 8 > 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 0,6 - 4x \ge 2,2, \\ 2,5x - 2 < 8, \\ 3,1x + 9 < 1,6x + 3. \end{cases}$

42. При яких значеннях a обидва корені рівняння $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ більші за число 3?

43. При яких значеннях a обидва корені рівняння $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 4a - 6 = 0$ належать проміжку $[2; 9]$?

44. При яких значеннях a один з коренів рівняння $2x^2 - (a + 5)x - a^2 - a + 2 = 0$ менший від -3, а другий — більший за 2?

45. Число десятків двоцифрового числа на 3 більше за число одиниць. Знайти це число, якщо відомо, що воно більше за 43 і менше від 68.

46. Якщо до деякого цілого числа додати 4 і цю суму розділити на 7, то одержане число буде більше за 4. Якщо від цього числа відняти 8 і цю різницю розділити на 9, то одержане число буде менше від 2. Знайти дане число.

47. В класі писали контрольну роботу. Серед виставлених за неї оцінок були: «2», «3», «4» і «5». Оцінки «2», «3», «5» отримала однакова кількість учнів, а оцінок «4» було поставлено більше, ніж всіх інших оцінок разом. Оцінку вище «3» отримало менше 10 учнів. Скільки трійок і скільки четвірок було поставлено, якщо контрольну роботу писало не менше, ніж 12 учнів?

48. Розв'язати нерівність:

1) $|x| < 3$; 3) $|7x + 8| \le 2$;

2) $|x - 1| \le 4,2$; 4) $|10 - 3x| < 5$.

Тематичне оцінювання № 9

Тема. *Узагальнення і систематизація знань учнів*

1°. Розв'язати нерівність:

$$7(2x - 3) \le 10x + 19.$$

2°. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} x - y = 3, \\ x^2 - xy - 2y^2 = 7. \end{cases}$$

3•. Побудувати графік функції $y = x^2 - 2x - 3$. Вказати:

1) проміжок, в якому функція зростає;

2) множину розв'язків нерівності $x^2 - 2x - 3 \ge 0$.

4•. Знайти суму двадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_5 = -0,8$, $a_{11} = -5$.

5••. Два робітники, працюючи разом, можуть виконати деяку роботу за 4 дні. Якщо третину роботи виконає перший робітник, а потім його замінить другий, то все завдання буде виконане за 10 днів. За скільки днів може виконати цю роботу кожний робітник, працюючи самостійно?

4°. Спростити вираз:

1) $\sqrt[18]{a^3}$;

2) $\sqrt[8]{a^8}$, якщо $a \geq 0$;

3) $\sqrt[4]{(a-1)^4}$, якщо $a \leq 1$.

5°. Скоротити дріб:

1) $\dfrac{m - 3m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{2}{3}} - 3}$;

2) $\dfrac{x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}}$.

6••. Спростити вираз: $\left(\dfrac{8}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[4]{x}-1} - \dfrac{\sqrt[4]{x}+3}{\sqrt[4]{x}+1}\right) : \dfrac{3}{\sqrt{x}-1}$.

Тематичне оцінювання № 8

Тема: *Елементи прикладної математики*

1°. Довжина шляху між двома селами становить 18,4 ± 0,3 км. Вкажіть наближене значення довжини цього шляху і границю її абсолютної похибки.

2°. Знайдіть за правилами підрахунку цифр суму і добуток наближених значень $x = 3{,}4$ і $y = 1{,}403$.

3°. Скільки цинку міститься у 24 кг тридцятип'ятивідсоткового сплаву?

4•. Дано вибірку: 4; 5; 5; 6; 7; 7; 8; 10; 11. Знайдіть її модуль, медіану і середнє значення. Побудуйте відповідну гістограму.

5•. Вкладник поклав у банк 4000 гривень під 7% річних. Скільки відсоткових грошей він отримає через чотири роки?

6•. Було два сплави, один з яких містив 40% цинку, а другий — 30%. Скільки кілограмів кожного з них треба взяти, щоб отримати 180 кг сплаву, що містить 34% цинку?

7••. Ціна деякого товару спочатку підвищилась на 20%, а потім знизилась на 10%. Як і на скільки відсотків змінилась ціна внаслідок цих двох переоцінок?

49. Розв'язати нерівність:

1) $|x| > 8$;

2) $|x + 5| \geq 7{,}8$;

3) $|0{,}5x + 6| \geq 1$;

4) $|11 - 4x| > 6$.

50. Розв'язати рівняння:

1) $|x - 4| + x = 9$;

2) $|x + 3| - x = 2$;

3) $|x| + |x - 4| = 5$;

4) $|x + 1| + |x - 3| = 4$;

5) $|x| - |x - 5| = 6$;

6) $|2x - 3| - |x + 2| = 4x + 5$.

51. Розв'язати нерівність:

1) $|x + 2| + 3x \geq 5$;

2) $|x - 6| - 7x < 18$;

3) $|x + 1| + |x - 1| \leq 2$;

4) $|x + 3| + |x - 4| > 6$;

5) $|x + 2{,}5| - |x - 1{,}5| \leq 3$;

6) $|3x + 8| - |2x - 7| > 4$.

Доведення нерівностей

52. Довести, що при будь-якому значенні змінної правильна нерівність:

1) $(a - 8)(a + 7) > (a + 10)(a - 11)$;

2) $(a - 6)^2 - 2 < (a - 5)(a - 7)$;

3) $(2a - 5)(2a + 5) - (3a - 2)^2 \leq 3(4a - 9) - 2$;

4) $a(a - 8) > 2(a - 13)$.

53. Довести, що:

1) $x^2 + 4y^2 + 6x + 4y + 10 \geq 0$ при всіх дійсних значеннях x і y;

2) $ab(a + b) \leq a^3 + b^3$, якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$;

3) $m^3 + m^2 - m - 1 > 0$, якщо $m > 1$;

4) $\dfrac{a^2 + 2}{\sqrt{a^2 + 1}} \geq 2$ при всіх дійсних значеннях a;

5) $\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} \leq 2$, якщо $xy < 0$;

6) $5x^2 + 9y^2 + 12xy + 6x + 9 \geq 0$ при всіх дійсних значеннях x і y.

54. Довести, що:

1) $(a + b)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right) \geq 4$, якщо $a > 0$, $b > 0$;

2) $(a + 6)(b + 3)(c + 2) \geq 48\sqrt{abc}$, якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$.

Функції

55. Функцію задано формулою $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$. Знайти:

1) $f(1)$; 2) $f(0)$; 3) $f(-4)$; 4) $f\left(-\frac{1}{3}\right)$.

56. Дано функції $g(x) = \frac{3}{x} - 4x$ і $\varphi(x) = 2x - 5$. Порівняти:

1) $g(1)$ і $\varphi(1)$; 2) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ і $\varphi(4)$; 3) $g(-2)$ і $\varphi(1)$.

57. Дано функцію

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & \text{якщо } x \le -4, \\ x^2 - 7, & \text{якщо } -4 < x < 3, \\ 2, & \text{якщо } x \ge 3. \end{cases}$$

Знайти: 1) $f(-5)$; 2) $f(-2)$; 3) $f(3)$; 4) $f(7,6)$.

58. Знайти область визначення функції, заданої формулою:

1) $f(x) = 4x - 13$;
2) $f(x) = \frac{7}{x+6}$;
3) $f(x) = \frac{x+10}{8}$;
4) $f(x) = \frac{x+4}{x-5}$;
5) $f(x) = \sqrt{x-5}$;
6) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$;
7) $f(x) = \frac{9}{x^2-5}$;
8) $f(x) = \frac{14}{x^2+4}$;
9) $f(x) = \frac{7x+13}{x^2-7x}$;
10) $f(x) = \frac{x}{|x|-3}$;
11) $f(x) = \frac{9}{|x|+5}$;
12) $f(x) = \frac{13}{|x|+x^2}$;
13) $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{3-x}$;
14) $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x-10}$;
15) $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x}$;
16) $f(x) = \sqrt{x-9} + \frac{6}{\sqrt{8-x}}$;
17) $f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{x-7}{x^2-4}$;
18) $f(x) = \frac{\sqrt{x-6}}{\sqrt{x+3}} + \frac{5x-4}{x^2-8x+7}$.

59. При якому значенні x значення функції $h(x) = \frac{x^2+3}{x-3}$ дорівнює: 1) 19; 2) –2; 3) 1?

Тематичне оцінювання № 6

Тема: *Арифметична і геометрична прогресії*

1°. Знайти чотирнадцятий член і суму двадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 2$ і $a_2 = 5$.

2°. Знайти п'ятий член і суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = 27$ і $q = \frac{1}{3}$.

3°. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії 28; –14; 7; ... .

4•. Знайти номер члена арифметичної прогресії (a_n), рівного 7,3, якщо $a_1 = 10,3$ і $d = -0,5$.

5•. Між числами 2,5 і 20 вставити два таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію.

6••. Знайти суму всіх натуральних чисел, більших за 100 та менших від 200, що кратні 6.

Тематичне оцінювання № 7

Тема: *Корінь n-го степеня. Степінь з раціональним показником*

1°. Знайти значення виразу:

1) $3\sqrt[3]{8} + 4\sqrt[5]{-32} + \sqrt[4]{625}$;
2) $\sqrt[3]{27 \cdot 0,008}$;
3) $\frac{\sqrt[3]{432}}{\sqrt[3]{2}}$.

2°. Представити вираз у вигляді степеня або добутку степенів:

1) $a^{0,6} \cdot a^{3,4}$;
2) $a^{-\frac{3}{7}}a^{\frac{5}{14}}$;
3) $\left(a^{\frac{5}{12}}\right)^{\frac{3}{5}}$;
4) $a^{\frac{7}{15}} : a^{\frac{1}{6}}$.

3°. Розв'язати рівняння:

1) $x^3 = 1000$;
2) $x^5 = 6$;
3) $x^4 = 16$;
4) $\sqrt[3]{x} = 2$;
5) $\sqrt[4]{x} = -1$.

2°. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x + 4,6}{x - 2,3} > 0;$ 2) $\frac{x - 4}{7 - x} \geq 0.$

3°. Знайти область визначення функції:

1) $y = \sqrt{4x - x^2};$ 2) $y = \frac{8}{\sqrt{12 + x - x^2}}.$

4••. Знайти, при яких значеннях a рівняння $x^2 + (a+5)x + 1 = 0$ має два дійсних різних кореня.

Тематичне оцінювання № 5

Тема. *Розв'язування систем рівнянь. Властивості функцій*

1°. Розв'язати рівняння:

1) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0;$ 2) $x^4 - 7x^2 + 10 = 0.$

2°. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} x - 4y = 3, \\ xy + 2y = 9. \end{cases}$$

3°. Розв'язати графічно систему рівнянь:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x, \\ x - y = 6. \end{cases}$$

4°. Чи є парною або непарною функція, задана формулою:

1) $f(x) = 4x^7 - 2x^3;$ 3) $f(x) = x^3 + x^6?$

2) $f(x) = x^2 - 3x^4;$

5°. З двох селищ, відстань між якими дорівнює 48 км, вирушили одночасно назустріч один одному пішохід та велосипедист і зустрілись через 3 год. Знайти швидкість кожного з них, якщо велосипедист витратив на весь шлях на 8 год менше, ніж пішохід.

6••. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 = 16, \\ x - 3y = -2. \end{cases}$$

60. Знайти область значень функції:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 1;$ 6) $h(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 5;$

2) $f(x) = \sqrt{x} - 2;$ 7) $f(x) = \sqrt{-x^2};$

3) $g(x) = 3 - x^2;$ 8) $f(x) = \sqrt{x - 3} - \sqrt{3 - x};$

4) $f(x) = x^2 + 2;$ 9) $f(x) = \sqrt{1 - x^2};$

5) $\varphi(x) = 5 + |x|;$ 10) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$

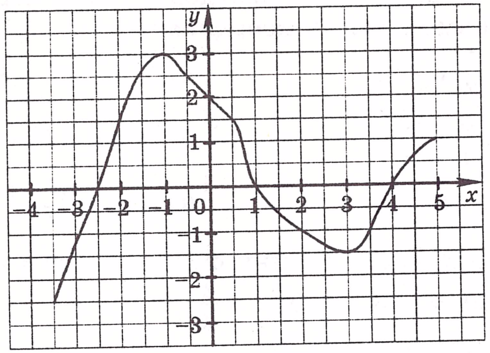
61. На мал. 1 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3,5;\ 5]$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(-2,5);\ f(-2);\ f(-0,5);\ f(0);\ f(0,5);\ f(3);$

2) значення x, при яких $f(x) = -2,5;\ f(x) = 3;\ f(x) = 1,5;\ f(x) = 0;$

3) найбільше і найменше значення функції;

4) область значень функції.



Мал. 1

62. Функцію задано формулою $f(x) = x^2 - 4$, де $-3 \leq x \leq 2$.

1) Скласти таблицю значень функції з кроком 1.

2) Побудувати графік функції, користуючись складеною таблицею.

3) Користуючись графіком, знайти, при яких значеннях аргумента $f(x) < 0$.

63. Побудувати графік функції:

1) $f(x) = 2x + 1;$ 3) $f(x) = -2x;$ 5) $f(x) = \frac{10}{x};$

2) $f(x) = 6 - \frac{1}{4}x;$ 4) $f(x) = 4;$ 6) $f(x) = -\frac{8}{x}.$

64. Знайти область визначення та побудувати графік функції:

1) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x + 2}$; 3) $f(x) = \dfrac{4x - 20}{x^2 - 5x}$;

2) $f(x) = \dfrac{x^2 - 6x + 9}{3 - x}$; 4) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

65. Побудувати графік функції:

1) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{x}, & \text{якщо } x \le -3; \\ \dfrac{2}{3}x, & \text{якщо } -3 < x < 3; \\ \dfrac{6}{x}, & \text{якщо } x \ge 3; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & \text{якщо } x \le -4; \\ x + 1, & \text{якщо } -4 < x \le 2; \\ 4, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$

66. Знайти, не виконуючи побудови, точки перетину графіка функції з осями координат:

1) $f(x) = \dfrac{1}{3}x - 8$; 4) $h(x) = x^2 - 8x - 9$;

2) $g(x) = \dfrac{5 - 3x}{4x + 1}$; 5) $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$;

3) $\varphi(x) = 16 - x^2$; 6) $g(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^2 + 2}$.

67. Задати формулою лінійну функцію $f(x) = kx + b$, для якої $f(-60) = -23$ і $f(20) = 3\dfrac{2}{3}$.

68. Знайти нулі функції:

1) $f(x) = 0{,}3x + 7$; 5) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$;

2) $f(x) = 0{,}5x^2 - 3x - 2$; 6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$;

3) $f(x) = \sqrt{x + 2}$; 7) $f(x) = x\sqrt{x - 2}$.

4) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x - 4}$;

Квадратний тричлен і його корені. Розклад квадратного тричлена на множники

69. Знайти корені квадратного тричлена:

1) $x^2 + x - 12$; 2) $x^2 - 2x - 35$;

4°. Розв'язати подвійну нерівність $-3 \le \dfrac{4 - 5x}{2} \le 1$.

5°. При яких значеннях змінної має зміст вираз

$$\sqrt{3x - 9} + \frac{1}{\sqrt{40 - 5x}}?$$

6°°. Довести, що при $a \ge 0$, $b \ge 0$, $c \ge 0$ виконується нерівність $(a + 1)(b + 1)(c + 9) \ge 24\sqrt{abc}$.

Тематичне оцінювання № 3

Тема. *Функції. Квадратична функція*

1°. Функцію задано формулою $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 3x$. Знайти $f(2)$ і $f(-1)$.

2°. Знайти область визначення функції $f(x) = \dfrac{x^2 + 4}{x^2 - 10x + 24}$.

3°. Побудувати графік функції $y = (x - 1)^2 + 2$.

4°. Побудувати графік функції $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(-4)$;
2) корені рівняння $f(x) = 3$;
3) нулі даної функції;
4) проміжки, в яких $f(x) > 0$ і в яких $f(x) < 0$;
5) область значень даної функції.

5°. Побудувати графік функції:

1) $f(x) = \sqrt{x - 3}$; 2) $f(x) = \sqrt{x} - 3$.

6°°. Знайти область визначення функції

$$f(x) = \sqrt{x + 5} + \frac{6}{x^2 - 4}.$$

Тематичне оцінювання № 4

Тема. *Квадратичні нерівності*

1°. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 - 7x - 30 < 0$; 4) $x^2 - 6x + 9 \le 0$;

2) $4x^2 + 16x \ge 0$; 5) $(x + 3)(x - 4)(x - 7) \le 0$.

3) $x^2 < 25$;

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕМАТИЧНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ

Варіант 1

Тематичне оцінювання № 1

Тема. *Числові нерівності та їх властивості*

1°. Дано: $a > b$. Порівняти:

1) $a + 10$ і $b + 10$;
2) $3{,}6a$ і $3{,}6b$;
3) $-12a$ і $-12b$.

2°. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{2}{7}x \geq -14$;
2) $3x - 8 < 4(2x - 3)$.

3•. Дано: $3 < x < 8$; $2 < y < 6$. Оцінити значення виразу:

1) $2x + y$;
2) xy;
3) $x - y$;
4) $\frac{y}{x}$.

4•. Розв'язати нерівність:

1) $(x + 2)(x - 5) \geq (x + 3)(x - 4)$;
2) $\frac{2x + 3}{3} - \frac{x + 1}{4} < -1$.

5••. При яких значеннях a рівняння $(a - 2)x = a^2 - 4$ має тільки один додатний корінь?

Тематичне оцінювання № 2

Тема. *Системи лінійних нерівностей з однією змінною. Доведення нерівностей*

1°. Довести нерівність $(x - 4)(x + 9) > (x + 12)(x - 7)$.

2°. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} 6x - 24 > 0, \\ -2x + 12 < 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 7 < 19, \\ 30 - 8x < 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 7 > 20, \\ 7x - 4 \leq 10. \end{cases}$

3•. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

$$\begin{cases} 2(3x - 4) \geq 4(x + 1) - 3, \\ x(x - 4) - (x + 3)(x - 5) > -5. \end{cases}$$

3) $3x^2 + 16x + 5$;
4) $7x^2 - 96x - 28$;
5) $x^2 - 10x + 18$;
6) $16x^2 + 24x + 3$;
7) $4x^2 - 28x + 49$;
8) $x^2 + 3x + 5$.

70. Довести, що:

1) $a^2 - 6a + 10 > 0$ при всіх значеннях a;
2) $12y - 4y^2 - 11 < 0$ при всіх значеннях y;
3) $x^2 - 10xy + 26y^2 + 12y + 40 > 0$ при всіх значеннях x і y;
4) $49m^2 - 70m + 30 \geq 5$ при всіх значеннях m.

71. Розкласти на множники квадратний тричлен:

1) $a^2 - 13a + 22$;
2) $-b^2 + 2b + 24$;
3) $100c^2 - 50c + 6$;
4) $\frac{1}{3}y^2 + \frac{2}{3}y - 5$;
5) $-\frac{1}{6}x^2 - \frac{3}{2}x + 6$;
6) $m^2 - 6m - 1$;
7) $4x^2 - 20x + 25$;
8) $-3x^2 + 7x - 5$.

72. При яких значеннях a можна розкласти на лінійні множники квадратний тричлен:

1) $2x^2 + 7x - a$;
2) $ax^2 + 4x + 8$;
3) $3x^2 - 5ax - 1$;
4) $(a - 1)x^2 + 6ax + 6$?

73. Скоротити дріб:

1) $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$;
2) $\frac{2x + 10}{x^2 + x - 20}$;
3) $\frac{2x^2 + 9x - 18}{4x^2 - 9}$;
4) $\frac{36a^2 - 12a + 1}{6a^2 + 11a - 2}$;
5) $\frac{m^2 + 8m - 9}{m^2 + 12m + 27}$;
6) $\frac{b^3 - 27}{5b^2 - 16b + 3}$;
7) $\frac{25 - x^2}{35 - 2x - x^2}$;
8) $\frac{y^2 - 8y + 12}{12y - y^2 - 20}$;
9) $\frac{3x^2 + 2x - 1}{3 - x - 4x^2}$.

74. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1}$;
2) $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} - \frac{x^2 - 9}{x + 3}$.

75. Спростити вираз:

1) $\frac{3y^2 - 12}{2y^2 - 15y + 18} \cdot \frac{6 - y}{y + 2} + \frac{y}{3 - 2y}$;
2) $\frac{y + 20}{4y^3 - 16y} : \left(\frac{y - 2}{6y^2 + 11y - 2} - \frac{4}{4 - y^2}\right)$;

3) $\left(\frac{4a}{a^2 - 3a + 2} + \frac{2}{a^2 - 1}\right) : \frac{2a + 4}{a^2 - a - 2} - \frac{a}{a - 1}$.

76. Розкласти на множники тричлен:

1) $x^2 - 2xy - 63y^2$;
2) $2a^2 + 7ab + 3b^2$;
3) $3m^2 + 11mn - 4n^2$.

77. Розв'язати рівняння:

1) $(a^2 - a - 56)\,x = a^2 - 64$;
2) $(a^2 + 5a - 24)\,x = 2a^2 - 5a - 3$.

Перетворення графіків функцій

78. На мал. 2 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудувати графік функції:

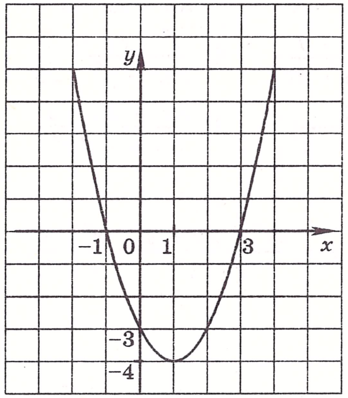
1) $y = f(x) + 2$;
2) $y = f(x) - 3$;
3) $y = f(x + 2)$;
4) $y = f(x - 3)$;
5) $y = -f(x)$;
6) $y = 4 - f(x)$.

79. Побудувати графік функції:

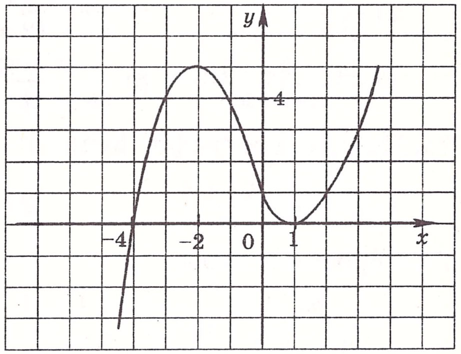
1) $y = x^2$;
2) $y = x^2 - 4$;
3) $y = x^2 + 1$;
4) $y = -x^2$;
5) $y = 2 - x^2$;
6) $y = (x + 4)^2$;
7) $y = (x - 2)^2$;
8) $y = (x + 1)^2 + 2$;
9) $y = (x - 3)^2 - 1$;
10) $y = -(x - 1)^2 + 1$.

80. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{4}{x}$; 2) $y = \frac{4}{x} - 5$; 3) $y = \frac{4}{x} + 1$; 4) $y = \frac{4}{x - 2}$;



а)



б)

Мал. 2

Складіть частотну таблицю і побудуйте відповідну гістограму. Визначте частоту і відносну частоту кожного її значення.

304. Дано 25 чисел, з них число 9 зустрічається 12 разів, число 8 зустрічається 9 разів і число 15 — 4 рази. Знайдіть середнє арифметичне цих 25 чисел.

305. Знайдіть центральні тенденції виборки:

1) 5; 11; 14; 14; 17; 17; 19; 26; 29; 38;
2) 3,1; 3,4; 4,2; 4,7; 4,9; 5,3; 6,1.

Відсоткові розрахунки

306. Сплав містить 9% цинку. Скільки цинку міститься у 270 кг сплаву?

307. У двох цехах заводу працює 1240 робітників. З них 55% працює у першому цеху. Скільки робітників працює у другому цеху?

308. У районній олімпіаді з математики 42 учня стали призерами, що становить 24% усіх учасників олімпіади. Скільки учнів взяли участь у районній олімпіаді?

309. Банк сплачує своїм вкладникам 12% річних. Скільки грошей треба полкасти в банк, щоб через рік одержати прибуток 54 гривні?

310. Під час сушіння сливи втрачають 88% своєї ваги. Скільки свіжих слив треба взяти, щоб отримати 15 кг сушених?

311. У кінозалі 480 місць, з них під час сеансу було зайнято 408. Скільки відсотків місць було зайнято?

312. Вартість деякого товару знизилась з 320 гривень до 256 гривень. На скільки відсотків знизилась ціна?

313. Швидкість автомобіля спочатку знизилась на 20%, а потім зросла на 20%. На скільки відсотків змінилась початкова швидкість автомобіля?

314. Підприємець взяв в банку кредит 30 000 гривень під 20% річних. Яку суму йому доведеться повернути через два роки?

315. Протягом року завод двічі збільшував випуск продукції на одну й ту саму кількість відсотків. Знайти цю кількість відсотків, якщо відомо, що на початку року завод випускав 1200 виробів, а наприкінці року — 1587 виробів.

5) $\left(\dfrac{8b^{\frac{1}{4}}}{b^{\frac{1}{4}}+7} - \dfrac{15b^{\frac{1}{4}}}{b^{\frac{1}{2}}+14b^{\frac{1}{4}}+49}\right) : \dfrac{8b^{\frac{1}{4}}+41}{b^{\frac{1}{2}}-49} + \dfrac{7b^{\frac{1}{4}}-49}{b^{\frac{1}{4}}+7}$.

Наближені обчислення

297. Округліть число:

1) 65 394 581 з точністю до тисяч;
2) 3 185 307 з точністю до сотень;
3) 62,071835 з точністю до тисячних;
4) 625,37461 з точністю до сотих.

298. В яких межах знаходиться число b, якщо:

1) $b = 31 \pm 2$; 3) $b = 4{,}3 \pm 0{,}4$;
2) $b = 6{,}8 \pm 0{,}3$; 4) $b = 18{,}69 \pm 0{,}43$?

Запишіть відповідь у вигляді подвійної нерівності.

299. Знайдіть границю абсолютної похибки наближеного значення:

1) 74; 2) 7,4; 3) 53,24; 4) 53,240.

300. Знайдіть границі абсолютної і відносної похибок наближеного значення:

1) 42; 2) 42,0; 3) 0,42.

301. Знайдіть (з точним урахуванням похибок) суму, різницю, добуток і частку наближених значень:

1) $x = 8{,}31 \pm 0{,}05$ і $y = 1{,}12 \pm 0{,}04$;
2) $x = 3{,}71 \pm 0{,}01$ і $y = 0{,}06 \pm 0{,}1$.

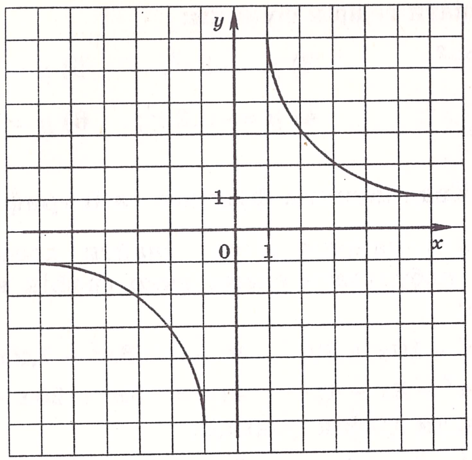
302. Дано наближені значення $x = 6{,}23$ і $y = 7{,}4$. Знайдіть значення виразу:

1) $y - x$; 2) $y^2 - x^2$; 3) $4xy + x$.

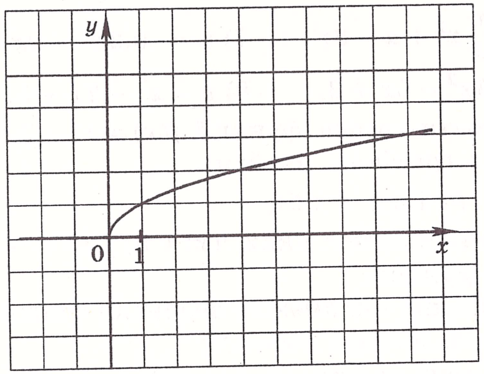
Перші відомості про статистику

303. У 40 мешканців міста зробили опитування про кількість кімнат в їх квартирі і склали таблицю:

2	3	2	4	3	2	1	3
3	1	1	3	2	2	3	2
1	2	4	2	3	1	2	3
3	1	2	3	2	4	3	1
1	2	2	3	3	2	1	4



в)



г)

Мал. 2 (продовження)

5) $y = \dfrac{4}{x+1}$; 7) $y = \dfrac{2x+4}{x}$;

6) $y = \dfrac{4}{x-1} + 2$; 8) $y = \dfrac{2x-4}{x-3}$.

81. Побудувати графік функції:

1) $y = \sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{x+4}$; 7) $y = 3 - \sqrt{x+1}$;
2) $y = \sqrt{x} - 4$; 5) $y = -\sqrt{x}$; 8) $y = -1 - \sqrt{x-1}$.
3) $y = \sqrt{x-4}$; 6) $y = 2 - \sqrt{x}$;

82. Побудувати графік функції:

1) $y = 2x^2$; 3) $y = -3x^2$; 5) $y = \sqrt{2x}$;

2) $y = \frac{1}{4}x^2$; 4) $y = -0{,}2x^2$; 6) $y = \sqrt{\frac{x}{3}}$.

Квадратична функція та її графік

83. Визначити напрям віток, знайти координати вершини і побудувати схематично графік квадратичної функції:

1) $y = x^2 - 10x + 20$; 3) $y = 0{,}6x^2 + 7{,}2x + 22{,}6$;

2) $y = -x^2 + 3x - 4$; 4) $y = -5x^2 - 20x + 6$.

84. Побудувати графік функції:

1) $y = x^2 - 6x + 5$; 5) $y = 4x + x^2$;

2) $y = -x^2 + 2x + 8$; 6) $y = 4 - x^2$;

3) $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 8$; 7) $y = -0{,}2x^2 + 2x - 5$;

4) $y = 3x^2 - 6x + 3$; 8) $y = x^2 - 2x + 3$.

85. Побудувати графік функції $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(2)$; $f(-1{,}5)$; $f(2{,}5)$;

2) значення x, при яких $f(x) = 5$; $f(x) = -4$; $f(x) = -1$;

3) нулі функції;

4) найбільше і найменше значення функції;

5) область значень функції;

6) розв'язки нерівності $f(x) < 0$; $f(x) \ge 0$.

86. Побудувати графік функції $f(x) = 6x - 2x^2$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(1)$; $f(0{,}5)$; $f(-3)$;

2) значення x, при яких $f(x) = 3$; $f(x) = 5$; $f(x) = -4$;

3) найбільше і найменше значення функції;

4) область значень функції;

5) розв'язки нерівності $f(x) > 0$; $f(x) \le 0$.

87. Побудувати в одній системі координат графіки функцій $y = x^2 - 4x + 3$ і $y = \frac{2}{x}$. Знайти, користуючись одержаним малюнком, корені рівняння $x^2 - 4x + 3 = \frac{2}{x}$.

Перетворення виразів, які містять степені з дробовим показником

294. Спростити вираз:

1) $b^{\frac{1}{6}}\left(b^{\frac{1}{6}} - 4\right) - \left(b^{\frac{1}{6}} - 2\right)^2$;

2) $\left(b^{\frac{1}{8}} - c^{\frac{1}{4}}\right)\left(b^{\frac{1}{8}} + c^{\frac{1}{4}}\right) - \left(5b^{\frac{1}{8}} + 2c^{\frac{1}{4}}\right)\left(3b^{\frac{1}{8}} - 4c^{\frac{1}{4}}\right)$;

3) $\left(a^{\frac{1}{24}} + b^{\frac{1}{24}}\right)\left(a^{\frac{1}{24}} - b^{\frac{1}{24}}\right)\left(a^{\frac{1}{12}} + b^{\frac{1}{12}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}\right)$;

4) $\left(x^{\frac{1}{9}} + 1\right)\left(x^{\frac{2}{9}} - x^{\frac{1}{9}} + 1\right) - x^{\frac{1}{6}}\left(x^{\frac{1}{6}} + x^{\frac{1}{12}}\right)$.

295. Скоротити дріб:

1) $\dfrac{m + 4m^{\frac{5}{8}}}{m^{\frac{3}{8}} + 4}$; 4) $\dfrac{x + y}{x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}}$; 7) $\dfrac{a^{\frac{2}{3}} - 16b^{\frac{2}{3}}}{a - 64b}$;

2) $\dfrac{7b^{\frac{4}{9}}}{b^{\frac{7}{12}} - b^{\frac{4}{9}}}$; 5) $\dfrac{a - 6a^{0,5}b^{0,5} + 9b}{a^3b^{2,5} - 3a^{2,5}b^3}$; 8) $\dfrac{p - 7p^{\frac{7}{9}}}{p - 49p^{\frac{5}{9}}}$;

3) $\dfrac{a - 4b}{a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{2}}}$; 6) $\dfrac{4m - m^{\frac{3}{4}}}{4m^{\frac{5}{4}} - m}$; 9) $\dfrac{15^{\frac{1}{4}} + 45^{\frac{1}{4}}}{10^{\frac{1}{4}} + 30^{\frac{1}{4}}}$.

296. Спростити вираз:

1) $\dfrac{a + a^{\frac{3}{5}}b^{\frac{2}{5}}}{4a^{\frac{1}{5}} + a^{\frac{1}{10}}b^{\frac{1}{10}}} \cdot \dfrac{16a^{\frac{1}{5}} + 8a^{\frac{1}{10}}b^{\frac{1}{10}} + b^{\frac{1}{5}}}{ab^{\frac{1}{5}} - a^{\frac{1}{5}}b}$;

2) $\dfrac{m^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{2n}{n - m} - \dfrac{n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}}$;

3) $\dfrac{a^{\frac{1}{4}} - 2{,}4}{a^{\frac{1}{2}} - 2a^{\frac{1}{4}}} - \dfrac{a^{\frac{1}{4}} - 3}{5a^{\frac{1}{4}} - 10} + \dfrac{a^{\frac{1}{4}} + 2}{5a^{\frac{1}{4}}}$;

4) $\left(\dfrac{m^{\frac{1}{5}}}{m^{\frac{1}{5}} + n^{\frac{1}{5}}} - \dfrac{m^{\frac{1}{5}}}{m^{\frac{1}{5}} - n^{\frac{1}{5}}}\right) : \dfrac{m^{\frac{6}{5}}n^{\frac{1}{5}} - m^{\frac{1}{5}}n^{\frac{6}{5}}}{m^{\frac{2}{5}} - n^{\frac{2}{5}}}$;

289. Замінити арифметичний корінь степенем з дробовим показником:

1) $\sqrt[4]{m}$; 3) $\sqrt[5]{b^3}$; 5) $\sqrt[9]{4^{-4}}$; 7) $\sqrt[16]{(m-n)^{13}}$;

2) $\sqrt[6]{a^5}$; 4) $\sqrt[8]{4a}$; 6) $\sqrt[5]{25}$; 8) $\sqrt[16]{m^{13}-n^{13}}$.

290. Знайти значення виразу:

1) $27^{\frac{1}{3}}$; 2) $64^{-\frac{5}{6}}$; 3) $0{,}0001^{-0{,}25}$; 4) $256^{0{,}375}$; 5) $\left(2\frac{23}{49}\right)^{-1{,}5}$.

291. Знайти область визначення функції:

1) $y = x^{\frac{6}{7}}$; 3) $y = (3-x)^{2{,}8}$;

2) $y = x^{-2{,}3}$; 4) $y = (2x^2 - 5x + 2)^{-\frac{1}{6}}$.

292. Представити вираз у вигляді степеня або добутку степенів:

1) $y^{3{,}4} \cdot y^{-1{,}8}$;

2) $y^{\frac{17}{24}} \cdot y^{-\frac{3}{8}}$;

3) $y^{\frac{15}{28}} : y^{\frac{6}{7}}$;

4) $(y^{-4})^{0{,}9}$;

5) $y^{\frac{5}{9}} \cdot y^{\frac{5}{12}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}$;

6) $\left(x^{\frac{10}{21}} y^{\frac{16}{35}}\right)^{\frac{49}{20}}$;

7) $\left(y^{\frac{7}{12}}\right)^{\frac{3}{14}} \cdot \left(y^{\frac{17}{42}}\right)^{-\frac{21}{34}}$;

8) $(y^6)^{-0{,}9} \cdot (y^{2{,}3})^4 : (y^{-2{,}5})^4$;

9) $\left(x^{\frac{5}{36}} y^{-\frac{40}{81}}\right)^{\frac{9}{20}} \cdot \left(x^{-\frac{15}{64}} y^{\frac{5}{32}}\right)^{\frac{8}{45}}$.

293. Знайти значення виразу:

1) $5^{3{,}2} \cdot 5^{-2{,}8} \cdot 5^{2{,}6}$;

2) $(3^{-0{,}9})^8 : 3^{-10{,}2}$;

3) $\left(7^{\frac{16}{17}}\right)^{-\frac{51}{32}} \cdot 49^{1{,}25}$;

4) $625^{-2{,}25} \cdot 25^{-\frac{2}{3}} \cdot 125^{\frac{25}{9}}$;

5) $\left(\dfrac{3^{-\frac{5}{7}} \cdot 5^{-\frac{5}{7}}}{15^{-1} \cdot 2^{\frac{2}{7}}}\right)^{-7}$;

6) $\left(\dfrac{128^{\frac{3}{14}} \cdot 9^{-\frac{2}{9}}}{3^{-\frac{1}{6}} \cdot 8^{\frac{1}{4}}}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{64^{\frac{1}{4}} \cdot 81^{\frac{9}{8}}}{27^2 \cdot 2^{-\frac{3}{4}}}\right)^{\frac{1}{3}}$.

88. Побудувати в одній системі координат графіки функцій $y = -x^2 + 6x - 5$ і $y = \frac{8}{x}$. Встановити, користуючись одержаним малюнком, кількість коренів рівняння $-x^2 + 6x - 5 = \frac{8}{x}$.

89. D — дискримінант квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$. Зобразити схематично графік квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, якщо:

1) $a > 0,\ D > 0,\ c > 0,\ -\frac{b}{2a} < 0$;

2) $a < 0,\ D = 0,\ -\frac{b}{2a} > 0$;

3) $a > 0,\ D < 0,\ -\frac{b}{2a} > 0$.

90. Знайти найбільше і найменше значення та проміжки зростання і спадання функції:

1) $f(x) = x^2 + 4x - 16$; 3) $f(x) = 20 - 12x - 0{,}4x^2$;

2) $f(x) = -\frac{1}{7}x^2 + 2x + 3$; 4) $f(x) = 3x^2 + 7x$.

91. При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки A (1; –4) і B (–2; 5)?

92. При яких значеннях a і b графік функції $y = ax^2 + bx - 3$ проходить через точки A (–2; 7) і B (3; –6)?

93. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в початку координат, що проходить через точку (–8; 16). Задати цю функцію формулою.

94. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в точці A (0; –5), що проходить через точку B (4; 27). Задати цю функцію формулою.

95. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці (4; 7)?

96. Парабола, що є графіком квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, має вершину в точці M (2; 1) і проходить через точку K (–1; 5). Знайти значення коефіцієнтів a, b і c.

97. Побудувати графік функції $y = x^2 + 4x - 5$ при $x \in [-4; 3]$ та знайти, користуючись графіком, її область значень.

98. Знайти найменше значення функції $y = 3x^2 - 12x + 1$, якщо вона визначена на проміжку:

1) $[-4; 6]$; 2) $[-7; 1]$; 3) $[4; 10]$.

99. При якому значенні c найбільше значення функції $y = -2x^2 + 8x + c$ дорівнює -4?

100. При яких значеннях a функція $y = 0{,}4x^2 + 5x - a$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x?

101. При яких значеннях a функція $y = (a-1)x^2 + 6x + 20$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x?

102. При яких значеннях a функція $y = (a+2)x^2 + 4x + 5$ набуває недодатних значень при всіх дійсних значеннях x?

103. На параболі $y = -x^2 + 5x + 5$ знайти точку, у якої:

1) абсциса і ордината рівні;

2) сума абсциси і ординати дорівнює 13.

104. Побудувати графік функції:

1) $y = \begin{cases} -2x - 3, & \text{якщо } x \le -4; \\ x^2 + 2x - 3, & \text{якщо } -4 < x < 2; \\ 5, & \text{якщо } x \ge 2; \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} x + 3, & \text{якщо } x \le -2; \\ 2x - x^2, & \text{якщо } -2 < x \le 3; \\ -2, & \text{якщо } x > 3. \end{cases}$

105. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{x}{|x|}\left(\frac{1}{5}x^2 - 2x + 2\right)$; 3) $y = x^2 - 5x\frac{|x-2|}{x-2} - 14$;

2) $y = x^2 + 4|x| + 3$; 4) $y = x^2 - 4|x + 1| + 5x + 4$.

106. При якому значенні a графік квадратичної функції $y = ax^2 - (a-3)x + 1$ дотикається осі абсцис?

107. Нехай x_1 і x_2 — нулі квадратичної функції $y = 4x^2 - (3a + 2)x + a - 1$. Знайти, при яких значеннях a виконується нерівність $x_1 < 3 < x_2$.

285. Розв'язати рівняння:

1) $\sqrt{x} - 6\sqrt[4]{x} + 8 = 0$; 3) $x + 27\sqrt[4]{x} = 0$.

2) $2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[6]{x} - 3 = 0$;

286. Спростити вираз:

1) $(\sqrt[5]{a} - 1)(\sqrt[5]{a} + 1) - (\sqrt[5]{a} - 2)^2$;

2) $\frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x} - 3} - \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - 9}$;

3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{b} - \sqrt[4]{a}}$;

4) $\left(\frac{\sqrt[4]{a} + 4}{\sqrt[4]{a} - 4} - \frac{\sqrt[4]{a} - 4}{\sqrt[4]{a} + 4}\right) \cdot \frac{16 - \sqrt{a}}{32\sqrt[4]{a^3}}$;

5) $\frac{2\sqrt[8]{m}}{\sqrt[8]{m} - 2} + \frac{\sqrt[8]{m} + 7}{8 - 4\sqrt[8]{m}} \cdot \frac{32}{7\sqrt[8]{m} + \sqrt[4]{m}}$;

6) $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[6]{xy} + \sqrt[3]{y}}\right) : \left(\frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x} - \sqrt[6]{y}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}\right)$.

287. Довести, що значення виразу $\sqrt[3]{14\sqrt{2} + 20} - \sqrt[3]{14\sqrt{2} - 20}$ є число раціональне.

Степінь з раціональним показником і його властивості

288. Замінити степінь з дробовим показником коренем:

1) $5^{\frac{1}{4}}$; 3) $3^{-\frac{1}{3}}$; 5) $(xy)^{\frac{3}{7}}$; 7) $(b + c)^{3,5}$;

2) $8^{\frac{7}{10}}$; 4) $6^{-\frac{4}{11}}$; 6) $xy^{\frac{3}{7}}$; 8) $b^{-\frac{2}{5}} + c^{1,8}$.

277. Винести множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{48x^{16}}$; 5) $\sqrt[4]{810a^{26}b^{17}}$; 9) $\sqrt[4]{a^{13}b^{13}}$, якщо $a \le 0,\ b \le 0$;

2) $\sqrt[4]{x^{17}}$ 6) $\sqrt[3]{128m^{13}n^{8}}$; 10) $\sqrt[8]{m^{10}n^{9}}$, якщо $m \le 0$;

3) $\sqrt[5]{-b^{12}}$; 7) $\sqrt[4]{-625a^{15}}$; 11) $\sqrt[4]{x^{23}y^{18}z^{36}}$, якщо $z \le 0$;

4) $\sqrt[4]{x^{12}y^{7}}$; 8) $\sqrt[6]{x^{14}y^{17}}$; 12) $\sqrt[6]{-m^{49}n^{20}}$, якщо $n \ge 0$.

278. Внести множник під знак кореня:

1) $3\sqrt{5}$; 2) $3\sqrt[3]{4}$; 3) $0{,}1\sqrt[4]{23}$; 4) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{500}$.

279. Внести множник під знак кореня:

1) $m\sqrt{6}$; 4) $3y\sqrt[5]{2y^2}$; 7) $c\sqrt[8]{c^6}$, якщо $c \le 0$;

2) $m\sqrt{-m^3}$; 5) $a\sqrt[9]{6a}$; 8) $xy\sqrt[6]{xy^4}$, якщо $y \ge 0$;

3) $m\sqrt[4]{m^5}$; 6) $2b^4\sqrt[3]{\frac{3}{4b^2}}$; 9) $x^3y^7\sqrt[10]{x^8y^{12}}$, якщо $x \le 0,\ y \ge 0$.

280. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{15}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{20}{\sqrt[3]{5}}$; 3) $\frac{24}{\sqrt[4]{216}}$; 4) $\frac{32}{\sqrt[3]{16}}$; 5) $\frac{6}{\sqrt[5]{27}}$; 6) $\frac{c^6}{\sqrt[9]{c^7}}$.

281. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{16}{\sqrt{7}-\sqrt{15}}$; 2) $\frac{24}{4+\sqrt{10}}$; 3) $\frac{4}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{5}}$; 4) $\frac{7}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25}}$.

282. Спростити вираз:

1) $\sqrt{\sqrt[4]{b}}$; 3) $\sqrt[6]{\sqrt{y}}$; 5) $\sqrt[32]{m^8}$; 7) $\sqrt[8]{c\sqrt[5]{c^3}}$;

2) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{c}}$; 4) $\sqrt[7]{a\sqrt[3]{a}}$; 6) $\sqrt[20]{a^{15}b^{10}}$; 8) $\sqrt[9]{p^5\sqrt[4]{p^7}}$.

283. Скоротити дріб:

1) $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; 3) $\frac{\sqrt{x}-9}{\sqrt[4]{x}+3}$; 5) $\frac{\sqrt[8]{a^5b^3}-\sqrt[8]{a^3b^5}}{\sqrt[8]{a^5b}-\sqrt[8]{ab^5}}$;

2) $\frac{\sqrt[6]{m}+\sqrt[6]{n}}{\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n}}$; 4) $\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}-\sqrt{x}}$; 6) $\frac{x+y}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}}$.

284. Знайти значення виразу:

1) $\sqrt[3]{3+\sqrt{10}}\cdot\sqrt[6]{19-6\sqrt{10}}$; 2) $\sqrt[4]{8-2\sqrt{15}}\cdot\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.

Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною

108. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 - 5x - 36 < 0$;
2) $x^2 + 7x - 30 \ge 0$;
3) $-x^2 + 4{,}6x - 2{,}4 < 0$;
4) $7x^2 + 19x - 6 \le 0$;
5) $-3x^2 + 4x + 4 > 0$;
6) $4x^2 - 16x \le 0$;
7) $9x^2 - 25 > 0$;
8) $4x^2 - 12x + 9 > 0$;
9) $x^2 - 14x + 49 \ge 0$;
10) $5x^2 - 2x + 1 > 0$;
11) $64x^2 - 16x + 1 \le 0$;
12) $9x^2 + 30x + 25 < 0$;
13) $2x^2 - 5x + 4 \le 0$;
14) $-7x^2 + 3x - 1 < 0$;
15) $-x^2 + 4x - 4 \le 0$.

109. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 \le 9$; 3) $7x^2 \le 3x$; 5) $-3x^2 < -75$;

2) $x^2 > 7$; 4) $-5x^2 \ge -10x$; 6) $0{,}6x^2 < -18x$.

110. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $(3x+1)(x-2) < 6$;
2) $(x+3)^2 - 16 \ge (1-2x)^2$;
3) $2x(x-\sqrt{5}) \le (x+\sqrt{5})^2$;
4) $\frac{2x+3}{5} - \frac{x^2-4}{8} \le -1$;
5) $\frac{3x^2-11}{8} < 10 - \frac{37-x^2}{6}$;
6) $(3x-8)^2 - (4x-6)^2 + (5x-2)(5x+2) > 96$.

111. Знайти область визначення функції:

1) $y = \sqrt{x^2+3x-40}$; 3) $y = \sqrt{x^2-4x-21} - \frac{6}{x^2-64}$;

2) $y = \frac{x+2}{\sqrt{3x-12x^2}}$; 4) $y = \frac{x-8}{\sqrt{5+19x-4x^2}} + \frac{x-4}{3x^2-x-4}$.

112. Знайти цілі розв'язки нерівності:

1) $x^2 + 6x \le 0$; 4) $21x^2 - 22x + 5 \le 0$;

2) $x^2 - 8 < 0$; 5) $-\frac{1}{4}x^2 - 3x + 7 > 0$;

3) $-6x^2 + 13x - 5 \ge 0$; 6) $x^2 + 3{,}5x - 2 \le 0$.

113. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 + x - 6 \le 0, \\ x > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + x - 12 \le 0, \\ 8 + 2x \le 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 8x - 3 > 0, \\ x \le 10; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + 6x - 40 < 0, \\ x^2 + 3x - 18 \ge 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 + 13x - 7 \le 0, \\ 15 - 3x \le 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} -3x^2 + 16x + 12 < 0, \\ x^2 - 11x < 0. \end{cases}$

114. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0, \\ x \ge -3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 - 14x + 45 \ge 0, \\ 3{,}2 \le x \le 11{,}7; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 5x \le 0, \\ -0{,}6x + 1{,}2 > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 - (\sqrt{7} - 2)x - 2\sqrt{7} \le 0, \\ -x^2 + 4{,}8x + 1 \ge 0. \end{cases}$

115. Знайти, при яких значеннях a рівняння не має коренів:

1) $x^2 + (a + 2)x + 4 = 0$;

2) $(a + 1)x^2 - 3ax + 4a = 0$;

3) $(10 - 2a)x^2 - (a - 5)x + 1 = 0$;

4) $(a + 1)x^2 - 2(a - 1)x + 3a - 3 = 0$.

116. Знайти, при яких значеннях b рівняння має два дійсних різних кореня:

1) $x^2 - 4bx + 3b + 1 = 0$;

2) $bx^2 - (3b + 1)x + b = 0$;

3) $(b - 1)x^2 - 2(b + 1)x - 3b + 2 = 0$;

4) $(3b - 2)x^2 - (5b + 2)x + 5b - 1 = 0$.

117. Розв'язати рівняння:

1) $x^2 + 2(a + 1)x + 9a - 5 = 0$;

2) $(a + 2)x^2 - 2ax + 3a = 0$;

3) $(4a + 12)x^2 + (2a + 6)x + 1 = 0$.

118. Знайти, при яких значеннях a нерівність виконується при всіх дійсних значеннях x:

1) $x^2 + 2(a - 1)x + 4 - a - a^2 > 0$;

2) $-\frac{1}{3}x^2 + 3ax - 6a^2 - 12 \le 0$;

272. Спростити вираз:

1) $\sqrt[6]{x^6}$, якщо $x \ge 0$;

2) $\sqrt[8]{y^8}$, якщо $y \le 0$;

3) $\sqrt[7]{a^7}$;

4) $\sqrt[4]{81x^{16}y^{20}z^4}$, якщо $y \le 0$, $z \ge 0$;

5) $4{,}5a^2\sqrt[6]{64a^{18}}$, якщо $a \le 0$;

6) $\dfrac{m^7n^6k^5}{\sqrt[8]{m^8n^{16}k^{40}}}$, якщо $m > 0$, $k < 0$;

7) $\sqrt[3]{125a^9c^{12}}$;

8) $-0{,}6x^4 \cdot \sqrt[4]{256x^8y^{28}}$, якщо $y \le 0$.

273. Спростити вираз:

1) $\sqrt[4]{(5 - x)^4}$;

2) $\sqrt[6]{(m - 3)^6}$, якщо $m \le 3$;

3) $\sqrt[8]{(y + 1)^8}$, якщо $y \ge -1$;

4) $(x - 12)\sqrt[10]{\dfrac{1024}{(12 - x)^{10}}}$, якщо $x < 12$.

274. Спростити вираз:

1) $\sqrt[4]{(3 - \sqrt{10})^4}$; 3) $\sqrt[6]{(\sqrt{10} - \sqrt{7})^6}$;

2) $\sqrt[5]{(1 - 7\sqrt{2})^5}$; 4) $\sqrt[8]{(3 - 5\sqrt{3})^8} - \sqrt[3]{(3 - 4\sqrt{3})^3}$.

275. Побудувати графік функції:

1) $y = \sqrt[4]{x^4} + x$, якщо $x \ge 0$; 4) $y = \sqrt[4]{x^4} + 2x$;

2) $y = (\sqrt[6]{x + 2})^6$; 5) $y = \sqrt[8]{(x - 3)^5} \cdot \sqrt[8]{(x - 3)^3}$;

3) $y = \sqrt[6]{(x + 2)^6}$; 6) $y = \dfrac{(x - 4)^2}{\sqrt[4]{(x - 4)^4}}$.

276. Винести множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt[3]{54}$; 2) $\sqrt[4]{1875}$; 3) $\sqrt[5]{160}$; 4) $\sqrt[4]{243}$.

264. Розв'язати рівняння:

1) $a\sqrt[8]{x-1}=0$; 4) $\sqrt[4]{x-2}=a$; 7) $x^7=a-10$;

2) $\sqrt[5]{(a-1)x}=0$; 5) $x^6=8-a$; 8) $x^4=a^2+3a$.

3) $a\sqrt[6]{x-1}=a$; 6) $(a-3)x^{10}=8$;

265. Розв'язати рівняння:

1) $3x^6-22x^3-16=0$; 3) $x^{16}+x^8-30=0$.

2) $x^8-84x^4+243=0$;

266. Знайти два послідовних цілих числа, між якими міститься число: 1) $\sqrt[3]{42}$; 2) $\sqrt[4]{300}$; 3) $-\sqrt[3]{250}$.

267. Оцінити значення $\sqrt[4]{x}$, якщо:

1) $0{,}0016 \le x \le 81$; 2) $625 < x < 1296$.

268. Оцінити значення x, якщо:

1) $6 \le \sqrt[3]{x} \le 10$; 2) $0{,}3 < \sqrt[4]{x} < 0{,}4$.

269. Вказати всі цілі числа, що розташовані на координатній прямій між числами:

1) 3 і $\sqrt[3]{250}$; 2) $\sqrt[5]{-30}$ і $\sqrt[6]{750}$.

Властивості арифметичного кореня *n*-го степеня

270. Знайти значення кореня:

1) $\sqrt[3]{8\cdot125}$; 4) $\sqrt[3]{7^6\cdot2^9}$;

2) $\sqrt[4]{0{,}0016\cdot81}$; 5) $\sqrt[8]{0{,}5^8\cdot3^{16}}$;

3) $\sqrt[5]{32\cdot0{,}00001}$; 6) $\sqrt[6]{\dfrac{6^{12}\cdot5^6}{2^{18}\cdot3^{18}}}$.

271. Знайти значення виразу:

1) $\sqrt[6]{16}\cdot\sqrt[6]{4}$; 6) $\dfrac{\sqrt[3]{6^{10}\cdot3^5}}{\sqrt[3]{3^{14}\cdot6^7}}$;

2) $\sqrt[5]{1000}\cdot\sqrt[5]{100}$; 7) $\sqrt[3]{\sqrt{37}+8}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{37}-8}$;

3) $\sqrt[3]{0{,}054}\cdot\sqrt[3]{4}$; 8) $\sqrt[4]{17-\sqrt{33}}\cdot\sqrt[4]{17+\sqrt{33}}$;

4) $\sqrt[7]{7^4\cdot2^9}\cdot\sqrt[7]{7^3\cdot2^5}$; 9) $\sqrt[5]{12\sqrt{3}-3\sqrt{21}}\cdot\sqrt[5]{12\sqrt{3}+3\sqrt{21}}$.

5) $\dfrac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{243}}$;

3) $ax^2-4x+a+3<0$;

4) $(9-a^2)x^2+2(a+3)x+1\ge0$.

119. Знайти, при яких значеннях m нерівність не має розв'язків:

1) $mx^2+5mx+4m+3<0$;

2) $(3m-2)x^2-2(2m-1)x+2m-1\ge0$.

120. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases}x^2-x-12>0,\\ x>a;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x^2+7x+6\le0,\\ x<a.\end{cases}$

121. Розв'язати нерівність:

1) $x^2-(a+3)x+3a\le0$;

2) $x^2+(1-3a)x+2a^2-3a-2>0$.

122. При яких значеннях b один з коренів рівняння $x^2+(b-6)x+b^2-24=0$ більший за 4, а другий — менший від 4?

123. При яких значеннях m один з коренів рівняння $(m-5)x^2-2(m^2+1)x+m-1=0$ більший за -1, а другий — менший від -1?

124. При яких значеннях a один з коренів квадратного рівняння $x^2-(3a+2)x+a^2=0$ менший від 2, а другий — більший за 4?

125. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $x^2-6ax+9a^2-2a+2=0$ більші, ніж 3?

126. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $x^2+2(a+1)x+9a-5=0$ менші, ніж -2?

127. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $4x^2-(3a+1)x-a-2=0$ належать проміжку $(-1;\,2)$?

128. Розв'язати нерівність:

1) $|x^2-x-3|<9$; 4) $x^2-4|x|<12$;

2) $|x^2+5x|>6$; 5) $x^2-5x+9>|x-6|$;

3) $|x-4|(x+2)\ge4x$; 6) $x^2+2|x-1|+7\le4|x-2|$.

Розв'язування нерівностей методом інтервалів

129. Розв'язати нерівність:

1) $(x + 3{,}2)(x - 4) \ge 0$;
2) $(x + 7)(x - 6)(x - 14) < 0$;
3) $(2x + 3)(4x - 3)(x - 10) \ge 0$;
4) $(5 + x)(x + 1)(3 - x) < 0$;
5) $(x + 6{,}8)(1 - x)(2 - x) \ge 0$;
6) $(5x + 20)(2 - 6x)(6x - 12)(9 - 2x) \le 0$.

130. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x+8}{x-7} < 0$; 4) $\frac{x+6{,}2}{x-1{,}6} \le 0$; 7) $\frac{(x+13)(x+2)}{x-13} \ge 0$;
2) $\frac{x-9}{x+11} > 0$; 5) $\frac{6-x}{x-5} \ge 0$; 8) $\frac{x-3{,}5}{(x+6)(x-12)} \le 0$;
3) $\frac{x-3{,}2}{x-4{,}8} \ge 0$; 6) $\frac{3x+1{,}8}{1{,}5-5x} \le 0$; 9) $\frac{x+7{,}2}{(10-x)(x-3)} \ge 0$.

131. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $(x^2 + 7x)(x^2 - 25) \le 0$; 3) $\frac{x^2+10x+9}{x^2-4x+3} < 0$;
2) $(x^2 + 6x + 5)(x^2 - 3x) > 0$; 4) $\frac{x^2+x-12}{x^2-64} \ge 0$.

132. Розв'язати нерівність:

1) $(x^2 + 4)(x^2 - 4x + 3) \ge 0$;
2) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) < 0$;
3) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) \le 0$;
4) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) > 0$;
5) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) \ge 0$;
6) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) > 0$;
7) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) \ge 0$;
8) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) < 0$;
9) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) \le 0$;
10) $(x - 1)^2(x - 2)^4(x - 3)^3 > 0$;
11) $(x - 1)^2(x - 2)^4(x - 3)^3 \ge 0$;
12) $(x - 1)^2(x - 2)^3(x - 3)^4(x - 4)^5 \le 0$;

257. Сума нескінченної геометричної прогресії дорівнює 27, а сума трьох її перших членів дорівнює 35. Знайти перший член і знаменник прогресії.

258. Записати у вигляді звичайного дробу число:
1) 0,777...; 2) 3,(27); 3) 0,2474747...; 4) 8,3(8).

Означення кореня *n*-го степеня

259. Знайти значення кореня:

1) $\sqrt[4]{16}$; 2) $\sqrt{1{,}44}$; 3) $\sqrt[3]{0{,}027}$; 4) $\sqrt[5]{-100000}$; 5) $\sqrt[4]{2\frac{113}{256}}$.

260. Знайти значення виразу:

1) $0{,}6\sqrt[3]{8000} - \frac{5}{3}\sqrt[4]{81}$;
2) $\sqrt[3]{-216} + 4(\sqrt[6]{5})^6 - 3\sqrt[9]{512}$;
3) $2(-\sqrt[12]{12})^{12} - 30\sqrt[3]{0{,}001} + \left(\frac{1}{2}\sqrt[5]{96}\right)^5$;
4) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}} \cdot \sqrt[6]{\frac{64}{729}} + (-5\sqrt{3})^2 - (-\sqrt[11]{14})^{11}$;
5) $\sqrt[8]{0{,}00000256} + 54\left(-\frac{1}{3}\sqrt[3]{4}\right)^3 + 6\sqrt[8]{1{,}5^8}$;
6) $(-\sqrt[5]{18})^5 + \sqrt[10]{4^5} - 2\sqrt[3]{-125} + \sqrt[9]{12^9} - 100\sqrt[4]{0{,}0625}$.

261. Знайти область визначення функції:

1) $y = \sqrt[6]{-x-1}$; 3) $y = \sqrt[3]{x-4}$;
2) $y = \sqrt[8]{-x^3}$; 4) $y = \sqrt[4]{5x - x^2}$.

262. Розв'язати рівняння:

1) $\sqrt{x} = 1{,}2$; 4) $\sqrt[4]{x} + 5 = 0$; 7) $\sqrt[4]{6x} - 4 = 0$;
2) $\sqrt[7]{x} = 2$; 5) $\sqrt[3]{x} + 5 = 0$; 8) $\sqrt[4]{6x - 4} = 0$;
3) $\sqrt[4]{x} - 6 = 0$; 6) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{x} - 3 = 0$; 9) $\sqrt[4]{6x - 4} = 2$.

263. Розв'язати рівняння:

1) $x^9 = 512$; 5) $x^{12} = 1$; 9) $(x + 2)^3 = 125$;
2) $x^5 = 6$; 6) $x^4 = 1296$; 10) $(x - 5)^4 = 256$;
3) $x^7 = -10$; 7) $x^6 = 8$; 11) $5x^8 - 95 = 0$;
4) $x^4 = \frac{1}{81}$; 8) $x^4 = -625$; 12) $7x^6 + 14 = 0$.

246. Знайти суму шести перших членів геометричної прогресії 162; 108; 72; … .

247. Знайти суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_5 = -312{,}5$; $q = 2{,}5$;
2) $b_1 = \sqrt{5}$; $b_5 = 25\sqrt{5}$; $q < 0$;
3) $b_4 = 10$; $b_7 = 10\ 000$.

248. Геометрична прогресія (b_n) задана формулою загального члена $b_n = 7 \cdot 2^{2n-1}$. Знайти суму чотирьох перших членів.

249. Знайти перший член геометричної прогресії (x_n), якщо $q = \frac{1}{5}$; $S_4 = 156$.

250. Знайти кількість членів геометричної прогресії (y_n), якщо $y_1 = 6$; $q = 4$; $S_n = 2046$.

251. Різниця п'ятого і третього членів геометричної прогресії дорівнює 1200, а різниця п'ятого і четвертого членів дорівнює 1000. Знайти суму п'яти перших членів прогресії.

252. Знайти перший член, знаменник і кількість членів геометричної прогресії (c_n), якщо $c_6 - c_4 = 135$; $c_6 - c_5 = 81$; $S_n = 665$.

Нескінченна геометрична прогресія із знаменником q таким, що $|q| < 1$.

253. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії:

1) 36; 20; $11\frac{1}{9}$; … ;
2) 21; $3\sqrt{7}$; 3; … .

254. Знайти перший член нескінченної геометричної прогресії, сума якої дорівнює 75, а знаменник дорівнює $\frac{4}{5}$.

255. Знайти п'ятий член нескінченної геометричної прогресії, перший член якої дорівнює −24, а сума дорівнює −16.

256. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_2 = 36$; $b_4 = 16$;
2) $b_2 + b_4 = 24$; $b_3 b_5 = 16$.

13) $(x^2 + 9x + 18)(x^2 + 4x + 5) \geq 0$;
14) $(x^2 - 2x - 7)(3x - x^2 - 6) \leq 0$.

133. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} > 0$;
2) $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} \geq 0$;
3) $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} < 0$;
4) $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} \leq 0$;
5) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} > 0$;
6) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} \geq 0$;
7) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} < 0$;
8) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} \leq 0$;
9) $\frac{x^2 + x - 6}{|x - 4|} \geq 0$;
10) $\frac{|x + 2|}{x^2 - 2x - 63} \geq 0$.

134. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $\frac{x^2 - 6x}{x^2 - 36} \geq 0$;
2) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} \leq 0$.

135. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x + 2}{x - 2} \geq \frac{4x - 10}{x - 2}$;
2) $\frac{3x}{2x - 7} \leq 1$;
3) $\frac{x^2 + 5x}{x - 1} \geq \frac{14}{x - 1}$;
4) $\frac{x^2 - 4x}{x - 2} \leq 3$.

136. Розв'язати нерівність:

1) $(x - 4)(x - a) < 0$;
2) $(x - 4)(x - a)^2 > 0$;
3) $(x - 4)(x - a)^2 \geq 0$;
4) $(x - a)(x + 2)^2 < 0$;
5) $(x - a)(x + 2)^2 \leq 0$;
6) $\frac{x - 7}{x - a} \leq 0$;
7) $\frac{(x - 5)(x - a)}{x - 5} \geq 0$;
8) $\frac{(x - 5)(x - a)}{x - a} \leq 0$.

Розв'язування рівнянь з використанням розкладу на множники

137. Розв'язати рівняння:

1) $6x^3 - 24x = 0$;
2) $7x^3 + 14x^2 - 21x = 0$;
3) $4x^4 - 3x^2 = 0$;
4) $25x^3 - 10x^2 + x = 0$;
5) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$;
6) $x^3 - 5x^2 + 9x - 45 = 0$;
7) $2x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 24x = 0$;
8) $x^6 - 5x^4 + x^2 - 5 = 0$;
9) $x^5 - 2x^4 + x^3 - 8x^2 + 16x - 8 = 0$;
10) $x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$.

138. Розв'язати рівняння:

1) $x^3 - 9x^2 + 8 = 0$;   3) $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$;
2) $x^3 - 3x + 2 = 0$;   4) $x^4 - x^3 - 5x^2 + x + 4 = 0$.

Розв'язування рівнянь з використанням введення нової змінної

139. Розв'язати рівняння:

1) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$;   4) $x^4 + 37x^2 + 36 = 0$;
2) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$;   5) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$;
3) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$;   6) $3x^4 - 8x^2 - 3 = 0$.

140. Розв'язати рівняння:

1) $(x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0$;
2) $(x + 5)^4 - 6(x + 5)^2 - 7 = 0$;
3) $(x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8 = 0$;
4) $(x^2 + 4x - 4)^2 - 9x^2 - 36x + 44 = 0$;
5) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12$;
6) $3(x^2 + 5x + 1)^2 + 2x^2 + 10x = 3$;
7) $(x^4 - 5x^2)^2 - 2(x^4 - 5x^2) = 24$;
8) $(x^2 + 8x)(x^2 + 8x - 6) = 280$.

235. В геометричній прогресії (b_n): $b_1 = \frac{1}{625}$; $q = -5$. Знайти: 1) b_2; 2) b_4; 3) b_7; 4) b_k.

236. Знайти знаменник і п'ятий член геометричної прогресії $\frac{1}{256}$; $-\frac{1}{128}$; $\frac{1}{64}$; ... .

237. Знайти знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_1 = 4000$; $b_4 = 256$;   2) $b_2 = 6$; $b_4 = 18$.

238. Знайти перший член геометричної прогресії (c_n), якщо:

1) $c_5 = \frac{2}{3}$; $q = \frac{2}{3}$;   2) $c_4 = 8$; $c_7 = -64$.

239. Число 192 є членом геометричної прогресії $-0{,}375$; $0{,}75$; $-1{,}5$; ... . Знайти номер цього члена.

240. Між числами 16 і 81 вставити три таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію.

241. Послідовність (b_n) задана формулою загального члена $b_n = 0{,}3 \cdot 5^{n+1}$. Чи буде ця послідовність геометричною прогресією?

242. Знайти перший член і знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_{10} = 9b_8$ і $b_3 + b_6 = 168$;
2) $b_3 + b_6 = 1260$; $b_4 - b_5 + b_6 = 945$.

243. При якому значенні x числа $2x + 1$; $x + 2$ і $8 - x$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайти ці числа.

244. Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 30. Якщо від другого і третього відняти відповідно 4 і 5, то утвориться геометрична прогресія. Знайти ці числа.

Сума *n* перших членів геометричної прогресії

245. Знайти суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = \frac{1}{216}$; $q = 6$.

224. Знайти суму двадцяти одного першого члена арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_7 + a_{13} = 21$ і $a_8 + a_{12} - a_{15} = 3$.

225. Знайти суму членів арифметичної прогресії з восьмого по двадцять другий включно, якщо перший член дорівнює 48, а різниця дорівнює −4.

226. Знайти суму членів арифметичної прогресії (y_n) з десятого по тридцять сьомий включно, якщо $y_1 = 8$ і $y_{19} = 16$.

227. Знайти суму всіх від'ємних членів арифметичної прогресії −5,6; −5; −4,4; ... .

228. В арифметичній прогресії (a_n) $a_1 = 16$; $d = -4$. Знайти, скільки треба взяти перших членів прогресії, щоб їх сума дорівнювала −324.

229. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо сума семи перших її членів дорівнює 94,5, а сума п'ятнадцяти перших членів дорівнює 112,5.

230. Знайти перший член арифметичної прогресії, різниця якої дорівнює 4, а сума п'яти перших членів у 4 рази менша за суму наступних шести членів.

231. Розв'язати рівняння:

1) $9 + 17 + 25 + \ldots + 8n + 1 = 125$;

2) $3 + 7 + 11 + \ldots + x = 136$.

232. Яку найменшу кількість послідовних натуральних парних чисел, починаючи з 8, треба додати, щоб отримати суму, більшу за 744?

233. Із села в місто виїхав велосипедист. За першу годину він проїхав 17 км, а за кожну наступну — на 1 км менше, ніж за попередню. Через 2 год після виїзду велосипедиста з цього села в тому ж напрямі виїхала вантажівка, яка за першу годину проїхала 23 км, а за кожну наступну — на 2 км більше, ніж за попередню. Через скільки годин після початку руху велосипедиста його наздожене вантажівка?

Означення геометричної прогресії. Формула *n*-го члена геометричної прогресії

234. Знайти чотири перших члена геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = -2$; $q = -3$.

141. Розв'язати рівняння:

1) $\dfrac{2x-3}{x+1} + \dfrac{x+1}{2x-3} = 2$;

2) $\dfrac{3x+4}{x-2} - \dfrac{6(x-2)}{3x+4} = 1$;

3) $x^2 - 4x + 6 + \dfrac{21}{x^2 - 4x + 10} = 0$;

4) $\dfrac{4x}{x^2 - 3x - 6} - \dfrac{x^2 - 3x - 6}{2x} = 1$;

5) $\dfrac{3x^2 - 9x}{2} - \dfrac{12}{x^2 - 3x} = 3$;

6) $2x^2 + 4x + 3 - \dfrac{5}{x^2 + 2x + 3} = 0$.

142. Розв'язати рівняння:

1) $x^2 + \dfrac{1}{x^2} - 4\left(x + \dfrac{1}{x}\right) + 5 = 0$;

2) $\dfrac{4}{x^2} + \dfrac{x^2}{9} + 4\left(\dfrac{x}{3} - \dfrac{2}{x}\right) + \dfrac{8}{3} = 0$;

3) $(x^2 - x)^2 - 10x(x^2 - x) + 9x^2 = 0$;

4) $(2x - 1)^2 + (2x - 1)(x + 2) - 2(x + 2)^2 = 0$.

Графік рівняння з двома змінними

143. Побудувати графік рівняння:

1) $y = 2x - 3$;
2) $5x - 2y + 10 = 0$;
3) $3y - x = 0$;
4) $x - 4 = 0$;
5) $y + 2 = 0$;
6) $x^2 + y^2 = 9$;
7) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$;
8) $(x + 3)^2 + y^2 = 5$;
9) $y = x^2 - 6x$;
10) $x^2 + y + 4x + 3 = 0$;
11) $|x| = 1$;
12) $|y| = 3$;
13) $xy = 6$;
14) $|xy| = 8$;
15) $y = |x - 3|$.

144. Побудувати графік рівняння:

1) $x = y^2$;
2) $|x + y| = 4$;
3) $|2x - y| = 5$;
4) $x^2 - y^2 = 0$;
5) $4x^2 - y^2 = 0$;
6) $x^2 + 7y^2 = 0$;

7) $(x-3)^2+(y+5)^2=0$; 10) $|x|+|y|=5$;

8) $x^2+y^2+2x-6y+10=0$; 11) $|x|-2|y|=4$;

9) $x^2-2x+y^2+10y+10=0$; 12) $y=\sqrt{9-x^2}$.

Графічний спосіб розв'язування систем рівнянь

145. Розв'язати графічно систему рівнянь:

1) $\begin{cases} y=x^2-2x+3, \\ y=3x-1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} (x+2)^2+y^2=10, \\ 2x+y+9=0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2-y=6, \\ x+y=6; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} xy=8, \\ x+y=6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ y=2x-5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2+y^2=13, \\ xy=-6. \end{cases}$

146. Зобразити схематично графіки рівнянь і з'ясувати кількість розв'язків системи рівнянь:

1) $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=x-4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy=5, \\ y=0{,}5x^2+1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y=x^2-5, \\ y=6-x^2; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2+(y+3)^2=9, \\ y=-4x^2+2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ y=x^2-2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} |y|=|x|, \\ y=x^2-6x+5. \end{cases}$

147. Скільки розв'язків має система рівнянь в залежності від значення параметра a:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ y=x+a; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ |x|=3? \end{cases}$

Розв'язування систем рівнянь другого степеня

148. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x=2+y, \\ y^2-2xy=3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2-xy+y=16, \\ 3y-x=14; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=7, \\ xy=12; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x+3y=3, \\ 3y^2-4x=18; \end{cases}$

3) $\begin{cases} y+4x=6, \\ x^2+3xy-y^2=3; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 5x+y=-7, \\ (x+4)(y-5)=-4. \end{cases}$

209. Знайти, при якому значенні n числа n^2, $2n+3$, $3n+4$ і n^2+n+7 будуть послідовними членами арифметичної прогресії.

210. Довести, що якщо додатні числа a, b і c — три послідовні члени арифметичної прогресії, то

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}.$$

Сума n перших членів арифметичної прогресії

211. Знайти суму двадцяти чотирьох перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=-4{,}2$; $d=0{,}6$.

212. Знайти суму сорока перших членів арифметичної прогресії 14; 9; 4; ... .

213. Арифметична прогресія (a_n) задана формулою загального члена $a_n=0{,}4n+5$. Знайти S_{36}.

214. Піднімаючись на гору, турист за першу хвилину пройшов 60 м, а за кожну наступну — на 2 м менше, ніж за попередню. На яку висоту піднявся турист за 12 хв?

215. Знайти суму всіх натуральних чисел, що кратні 11 і не більші за 374.

216. Знайти суму всіх натуральних чисел, що кратні 9 і не більші за 192.

217. Знайти суму всіх натуральних чисел, що при діленні на 4 дають в остачі 1 і не більші за 145.

218. Сума n перших членів арифметичної прогресії обчислюється за формулою $S_n=5n^2-3n$. Знайти перший член і різницю прогресії.

219. Знайти різницю і тринадцятий член арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=9$ і $S_{10}=-15$.

220. Знайти суму десяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо:

1) $a_1=6$; $a_{13}=42$; 2) $a_6=45$; $a_{14}=-43$.

221. Знайти суму сімнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_{17}=84$; $d=6{,}5$.

222. Знайти перший і дев'ятий члени арифметичної прогресії, якщо її різниця дорівнює -4, а сума дванадцяти її перших членів дорівнює 336.

223. В арифметичній прогресії перший член дорівнює -18, а сума двадцяти чотирьох перших членів дорівнює 672. Знайти різницю і дев'ятнадцятий член прогресії.

197. Знайти формулу загального члена арифметичної прогресії:

1) 18; 14; 10; 6; ... ; 3) a^4; $5a^4$; $9a^4$; $13a^4$; ... ;

2) $2\frac{1}{6}$; $2\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{2}$; $2\frac{2}{3}$; ...; 4) $10-a$; $8-a$; $6-a$; $4-a$; ....

198. Знайти різницю арифметичної прогресії (x_n), якщо:

1) $x_1 = 14$; $x_8 = -7$; 2) $x_5 = -4$; $x_{14} = 50$.

199. Знайти перший член арифметичної прогресії (y_n), якщо:

1) $y_{12} = -23$; $d = -2$; 2) $y_6 = 16$; $y_{18} = 52$.

200. Знайти номер члена арифметичної прогресії (z_n), рівного 3,8, якщо $z_1 = 10{,}4$ і $d = -0{,}6$.

201. Знайти номер члена арифметичної прогресії (b_n), рівного 25, якщо $b_1 = 8$ і $d = 3{,}5$.

202. Дана арифметична прогресія 5,3; 4,9; 4,5;... . Починаючи з якого номера її члени будуть від'ємними?

203. Знайти кількість від'ємних членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = -24$; $d = 1{,}2$.

204. Між числами -6 і 6 вставити сім таких чисел, щоб вони разом з даними числами утворювали арифметичну прогресію.

205. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n), якщо:

1) $a_4 + a_8 = 35$ і $a_3 + a_{21} = 65$;

2) $a_5 + a_9 = 42$ і $a_3 \cdot a_{10} = 165$.

206. Чи є послідовність (a_n) арифметичною прогресією, якщо вона задана формулою:

1) $a_n = -8n - 1$; 3) $a_n = -4{,}4n$; 5) $a_n = \frac{n-3}{n+2}$;

2) $a_n = 5n^2 - 4n$; 4) $a_n = 25 - 0{,}16n$; 6) $a_n = \frac{4-3n}{6}$?

207. Дано дві арифметичні прогресії. Якщо від кожного члена однієї прогресії відняти відповідний член другої прогресії, то чи буде утворена послідовність арифметичною прогресією?

208. Знайти, при якому значенні m числа $3m$, $m^2 + 2$ і $m + 4$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії.

149. Не виконуючи побудови, знайти координати точок перетину:

1) прямої $y = x - 3$ і параболи $y = x^2 - 4x + 3$;

2) прямої $x - 2y + 2 = 0$ і кола $x^2 + (y-1)^2 = 5$;

3) прямої $x + 2y - 5 = 0$ і кола $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$;

4) парабол $y = 2x^2 - 3x + 1$ і $y = -x^2 + x - 1$.

150. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 36, \\ x + y = -4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 - 6y^2 = -5, \\ x^2 + 6y^2 = 9; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 = 4, \\ x^2 - xy - 4y^2 = -2; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x + 3xy = -20, \\ y - 3xy = 28; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + xy = 6, \\ xy + y^2 = 3; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -3. \end{cases}$

151. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 13, \\ xy = -4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2\frac{1}{2}, \\ 2x - 3y = 3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y - xy = -2, \\ xy(x + y) = 48; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{2}{x-2y} + \frac{1}{x+2y} = 7, \\ \frac{15}{x-2y} - \frac{2}{x+2y} = 24; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x^2 - xy + y^2 = 7; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} - \frac{2(x-y)}{x+y} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 4. \end{cases}$

152. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 = 15; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 7, \\ x^2 + xy + 8y^2 = 14. \end{cases}$

Розв'язування задач за допомогою систем рівнянь другого степеня

153. Добуток двох чисел на 40 більший за різницю більшого і меншого. Знайти ці числа, якщо одне з них на 4 більше за подвоєне друге число.

154. Сума двох чисел дорівнює 7, а різниця чисел, обернених до даних, дорівнює $\frac{1}{12}$. Знайти ці числа.

155. Якщо деяке двоцифрове число поділити на суму його цифр, то в частці одержимо 7, а якщо поділити це число на добуток цифр, то в частці одержимо 3 і в остачі 9. Знайти дане число.

156. Діагональ прямокутника дорівнює 13 см, а площа — 60 см^2. Знайти сторони прямокутника.

157. Площа прямокутника дорівнює 300 см^2. Якщо його довжину збільшити на 5 см, а ширину зменшити на 5 см, то його площа буде дорівнювати 250 см^2. Знайти початкові розміри прямокутника.

158. Сума катетів прямокутного трикутника дорівнює 14 см. Якщо один з катетів збільшити на 2 см, а другий зменшити на 2 см, то одержимо прямокутний трикутник з тією ж самою гіпотенузою. Знайти периметр даного трикутника.

159. З двох міст, відстань між якими дорівнює 300 км, виїхали одночасно назустріч один одному легкова і вантажна машини і зустрілись через 2,5 год. Знайти швидкість кожної машини, якщо вантажівка витратила на весь шлях на 3 год 45 хв більше, ніж легкова машина.

160. З міста в село, відстань між якими дорівнює 180 км, вирушили одночасно вантажівка і велосипедист. Вантажівка приїхала в село на 8 год раніше, ніж велосипедист. Знайти швидкість велосипедиста, якщо відомо, що за 2 год вантажівка проїжджає на 60 км більше, ніж велосипедист за цей же час.

161. Катер проходить 66 км за течією річки і 54 км проти течії за 6 год, а 44 км за течією на 3 год швидше, ніж 90 км проти течії. Знайти власну швидкість катера і швидкість течії.

162. З двох станцій, відстань між якими дорівнює 840 км, вирушили назустріч один одному два поїзди і зустрілися на середині дороги, причому один з них виїхав на 2 год 24 хв пізніше за другий. Якби поїзди виїхали одночасно, то вони б зустрілись через 7 год. Знайти швидкість кожного поїзда.

163. Якщо відкрити одночасно дві труби, то басейн буде наповнено за 8 год. Якщо спочатку перша труба наповнить половину басейну, а потім інша труба — другу його половину, то весь басейн буде наповнено за 18 год. За скільки годин може наповнити цей басейн кожна труба, працюючи самостійно?

187. Послідовність (x_n) задана формулою $x_n = \frac{(-1)^{n-1}}{4}$. Знайти: 1) x_1; 2) x_8; 3) x_{2k}; 4) x_{2k+1}; 5) x_{k+2}.

188. Знайти п'ять перших членів послідовності (a_n), якщо:

1) $a_1 = 5$; $a_{n+1} = a_n - 2$;

2) $a_1 = \frac{1}{32}$; $a_{n+1} = 4a_n$;

3) $a_1 = 0{,}5$; $a_2 = 5$; $a_{n+2} = a_n - 4a_{n+1}$;

4) $a_1 = 2$; $a_2 = 1$; $a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1}^2$.

189. Послідовність (y_n) задана формулою $y_n = 7n + 1$. Чи є членом цієї послідовності число: 1) 36; 2) 41; 3) 106? У випадку позитивної відповіді вказати номер відповідного члена.

190. Знайти число додатних членів послідовності (z_n), заданої формулою $z_n = 34 - 4n$.

191. Підібрати одну з можливих формул загального члена послідовності, першими членами якої є числа:

1) $\frac{1}{4}; \frac{1}{16}; \frac{1}{36}; \frac{1}{64}; \frac{1}{100}; \ldots$; 3) $-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{5}; \ldots$;

2) $2; \frac{4}{3}; \frac{6}{5}; \frac{8}{7}; \frac{10}{9}; \ldots$; 4) $-2; 0; -\frac{2}{3}; 0; -\frac{2}{5}; 0; -\frac{2}{7}; \ldots$.

192. Довести, що послідовність (a_n), задана наступною формулою, є спадною:

1) $a_n = 17 - 8n$; 2) $a_n = 4 - 5n - n^2$; 3) $a_n = \frac{3n}{n^2 + 1}$.

193. Знайти найменший член послідовності (a_n), заданої формулою:

1) $a_n = n^4 - 15$; 2) $a_n = n^2 - 8n + 17$; 3) $a_n = \frac{6n + 3}{3n - 4}$.

Означення арифметичної прогресії. Формула *n*-го члена арифметичної прогресії

194. Знайти чотири перших члени арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 1{,}5$; $d = -0{,}4$.

195. В арифметичній прогресії (a_n): $a_1 = 5$; $d = 0{,}6$. Знайти: 1) a_5; 2) a_{26}; 3) a_{32}.

196. Знайти різницю і сто п'ятдесят перший член арифметичної прогресії 1,8; 2,2; 2,6; ... .

Степенева функція $y = x^n$, $n \in N$

178. Функцію задано формулою $\varphi(x) = x^{16}$. Порівняти:

1) $\varphi(3,5)$ і $\varphi(2,9)$; 3) $\varphi(1,4)$ і $\varphi(-1,4)$;
2) $\varphi(-8,1)$ і $\varphi(-6,5)$; 4) $\varphi(-0,18)$ і $\varphi(0,14)$.

179. Функцію задано формулою $\varphi(x) = x^{17}$. Порівняти:

1) $\varphi(9,4)$ і $\varphi(7,8)$; 3) $\varphi(-3,6)$ і $\varphi(3,6)$;
2) $\varphi(-4,7)$ і $\varphi(-4,2)$; 4) $\varphi(-6,4)$ і $\varphi(0,3)$.

180. Не виконуючи побудови графіка функції $y = x^3$, вказати, через які з даних точок проходить цей графік: $A\ (-4; -64)$; $B\ (3; -27)$; $C\ (0,2; 0,008)$; $D\ (-5; 125)$.

181. Розв'язати рівняння:

1) $x^5 = -32$; 2) $x^3 = 343$; 3) $x^4 = 10000$; 4) $x^4 = -81$.

182. Дослідити, скільки коренів в залежності від значення параметра a має рівняння:

1) $x^{12} = 5 - a$; 2) $x^{18} = 12 + 4a - a^2$.

Послідовності

183. Записати п'ять перших членів послідовності:
1) двоцифрових чисел, кратних числу 9, взятих у порядку спадання;
2) правильних звичайних дробів із чисельником 19, взятих у порядку спадання;
3) натуральних чисел, що дають при діленні на 7 остачу 4, взятих у порядку зростання.

184. Знайти чотири перших члени послідовності (a_n), заданої формулою:

1) $a_n = 5 - n$; 2) $a_n = 3n + 1$; 3) $a_n = \frac{n^2 + 1}{n}$; 4) $a_n = \frac{5^n}{(n+1)^2}$.

185. Знайти другий, восьмий і сотий члени послідовності (b_n), заданої формулою:

1) $b_n = \frac{10}{n+2}$; 3) $b_n = n^2 + 2n$;
2) $b_n = 0,8 - 0,3n$; 4) $b_n = (-1)^{n-1} + (-1)^{n+1}$.

186. Послідовність (c_n) задана формулою $c_n = 3 + \frac{1}{3}n$. Знайти: 1) c_1; 2) c_9; 3) c_{16}; 4) c_{150}; 5) c_{k+3}.

164. Два робітника, працюючи разом, можуть виконати замовлення за 12 днів. Пропрацювавши разом 10 днів, один з них захворів. Тоді другий робітник закінчив виконувати замовлення через 5 днів, працюючи один. За скільки днів кожен робітник може виконати дане замовлення, працюючи самостійно?

165. Із села A в село B, відстань між якими дорівнює 20 км, вирушив пішохід. Через 2 год із села A в тому ж напрямі вирушив велосипедист із швидкістю 15 км/год, який наздогнав пішохода, передав йому пакет і поїхав у село A з тією ж швидкістю. Пішохід прийшов в B, а велосипедист повернувся в A одночасно. Знайти швидкість пішохода.

166. Дорога між селами A і B має спочатку підйом, а потім спуск. Пішохід на шляху з A в B витрачає 4 год, а зворотний — 4 год 20 хв. На підйомі він рухається на 1 км/год повільніше, ніж на спуску. З якою швидкістю пішохід йде вгору і з якою — під гору, якщо відстань між селами A і B дорівнює 10 км?

167. З двох сіл, відстань між якими дорівнює 9 км, вирушили одночасно назустріч один одному два пішоходи. Один з них прийшов у друге село через 1 год 21 хв після зустрічі, а інший у перше село — через 36 хв після зустрічі. Знайти, з якою швидкістю рухався кожен пішохід і через скільки часу після початку руху відбулася зустріч пішоходів.

168. Одночасно з одного міста в одному напрямі вирушили два мотоцикліста: один з швидкістю 80 км/год, а другий — 60 км/год. Через півгодини з того ж міста в тому самому напрямі вирушив третій мотоцикліст. Знайти швидкість руху третього мотоцикліста, якщо відомо, що він наздогнав першого мотоцикліста через 1 год 15 хв після того, як наздогнав другого.

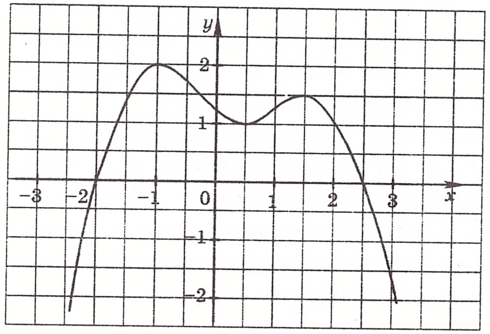
169. Два туристи вирушили одночасно з двох міст назустріч один одному і після зустрічі кожен продовжив рух у початковому напрямі. Один з них, швидкість якого на 3 км/год більша за швидкість другого, прибув у місце призначення через 2 год після зустрічі, а другий — через 4,5 год. Знайти швидкість, з якою рухався кожний турист. Через який час після початку руху відбулася зустріч?

170. Дві точки рухаються по колу в одному напрямі. Перша точка проходить коло на 2 с швидше за другу і наздоганяє її через кожні 12 с. За який час кожна точка проходить коло?

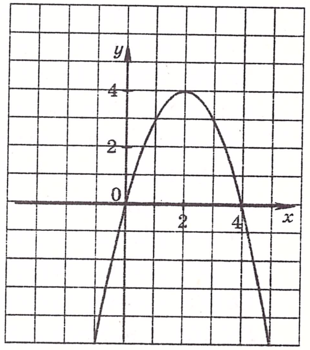
171. З пунктів A і B одночасно назустріч один одному вирушили мотоцикліст і велосипедист відповідно. Мотоцикліст прибув у B через 36 хв після зустрічі з велосипедистом, а велосипедист в A — через 3 год 45 хв після зустрічі. За який час кожен з них проїде відстань між A і B?

Властивості функцій. Парні і непарні функції

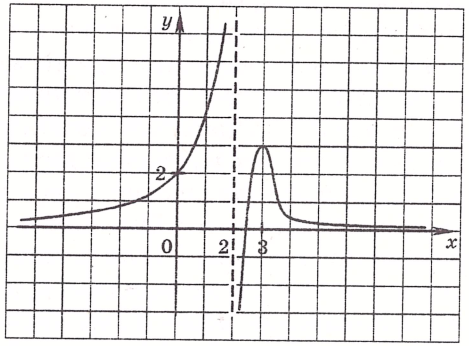
172. На мал. 3 зображено графік деякої функції $y = f(x)$. Користуючись графіком, знайти:
1) нулі функції;



а)



б)



в)

Мал. 3

1) нулі функції;
2) проміжки, в яких функція зростає, і проміжки, в яких вона спадає;
3) розв'язки нерівності $f(x) \geq 0$.

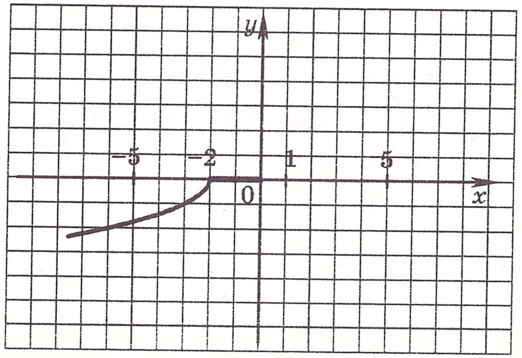
173. Які з лінійних функцій $y = 8x - 20$; $y = 0{,}03x + 5$, $y = 4{,}02x$, $y = -183x - 1$, $y = x + 5$:
1) зростаючі; 2) спадні?

174. Відомо, що $f(6) = 10$. Знайти $f(-6)$, якщо функція f:
1) парна; 2) непарна.

175. Чи є функція $f(x) = |x|$ парною, якщо її областю визначення є множина:
1) $[-9; 9]$; 2) $(-8; -1] \cup [1; 8)$; 3) $[-4; 3)$; 4) $[8; \infty)$?

176. Чи є парною або непарною функція, задана формулою:
1) $f(x) = -5x^8$;
2) $f(x) = 4x^5 + 2x^2$;
3) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 16}$;
4) $f(x) = \sqrt{3 - |x|}$;
5) $f(x) = x^7 - 3x^5 + x$;
6) $f(x) = \dfrac{5}{x^4 + 4x^2}$;
7) $f(x) = (x - 8)(x + 6) + 2x$;
8) $f(x) = (x + 4)^2 - (x - 4)^2$;
9) $f(x) = \dfrac{x^2 + 8x}{2x + 16}$;
10) $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$;
11) $f(x) = \dfrac{x^2}{(x + 1)^2}$;
12) $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x}$?

177. На мал. 12 зображено частину графіка функції $y = g(x)$, визначеної на проміжку $[-5; 5]$. Побудувати графік цієї функції, якщо вона є: 1) парною; 2) непарною.



Мал. 12

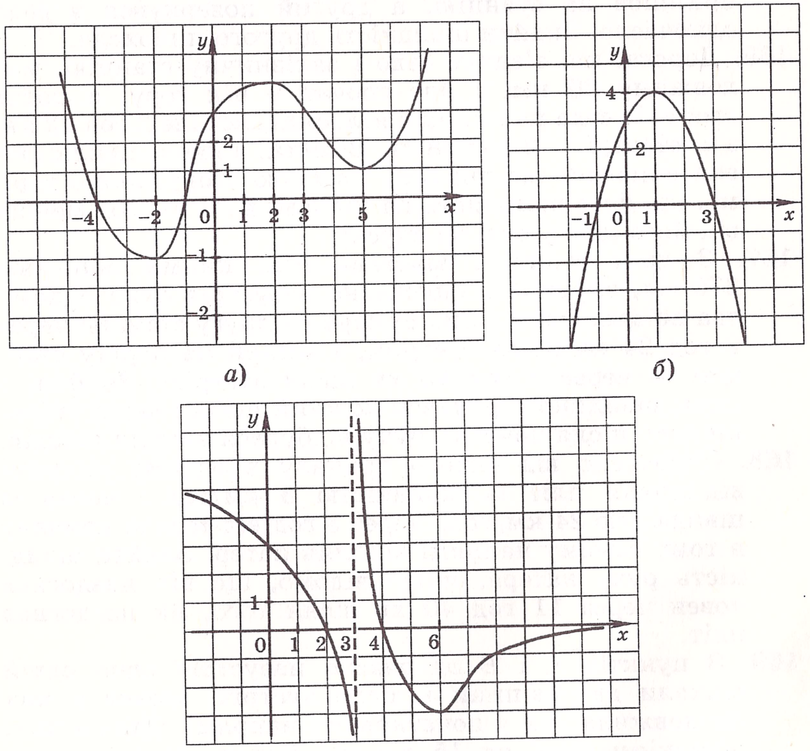
рухалась кожна машина. Через який час після виїзду відбулася зустріч?

170. По колу рівномірно рухаються в одному напрямі дві точки. Одна з них виконує повний оберт на 3 с повільніше від другої і час між їх послідовними зустрічами дорівнює 6 с. За який час кожна точка виконує один повний оберт?

171. Від двох пристаней C і D відпливли одночасно назустріч один одному катер і човен відповідно. Катер прибув у D через 3 год 45 хв після зустрічі з човном, а човен в C — через 1 год 40 хв. За який час кожен з них пропливе відстань між C і D?

Властивості функцій. Парні і непарні функції

172. На мал. 11 зображено графік деякої функції $y = f(x)$. Користуючись графіком, знайти:



а) *б)* *в)*

Мал. 11

2) проміжки, в яких функція зростає, і проміжки, в яких вона спадає;

3) розв'язки нерівності $f(x) > 0$.

173. Які з лінійних функцій $y = -15x + 17$; $y = 0{,}64x - 12$; $y = -0{,}39x$; $y = 114x + 23$; $y = -x + 4$:

1) зростаючі; 2) спадні?

174. Відомо, що $f(5) = -14$. Знайти $f(-5)$, якщо функція f:

1) парна; 2) непарна.

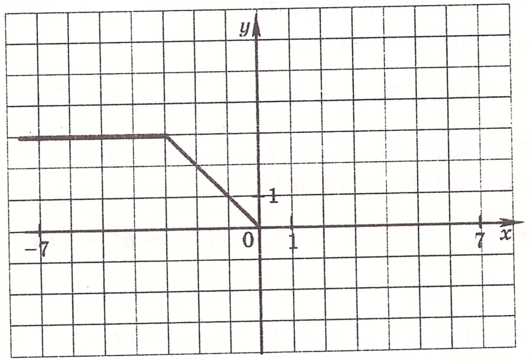
175. Чи є функція $f(x) = x^2$ парною, якщо її областю визначення є множина:

1) $[-4; 4]$; 2) $(-\infty; -2) \cup (2; \infty)$; 3) $[-5; 5)$; 4) $(-\infty; 6]$?

176. Чи є парною або непарною функція, задана формулою:

1) $f(x) = 9x^4$;
2) $f(x) = 7x^3 - 5x^5$;
3) $f(x) = \dfrac{x^2 + 4}{x^2 - 1}$;
4) $f(x) = \sqrt{6 - x^2}$;
5) $f(x) = x^2 + x - 3$;
6) $f(x) = \dfrac{1}{x^3 + 2x}$;
7) $f(x) = (x + 4)(x - 1) - 3x$;
8) $f(x) = (x - 5)^2 - (x + 5)^2$;
9) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{2x - 8}$;
10) $f(x) = x\,|x|$;
11) $f(x) = \dfrac{11x^2}{(x - 11)^2}$;
12) $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2}{x^3 - x}$?

177. На мал. 4 зображено частину графіка функції $y = g(x)$, визначеної на проміжку $[-7; 7]$. Побудувати графік цієї функції, якщо вона є: 1) парною; 2) непарною.



Мал. 4

Степенева функція $y = x^n$, $n \in N$

178. Функцію задано формулою $f(x) = x^8$. Порівняти:

1) $f(2,4)$ і $f(3,8)$; 3) $f(-9,6)$ і $f(9,6)$;
2) $f(-8,7)$ і $f(-9,6)$; 4) $f(-0,8)$ і $f(0,4)$.

179. Функцію задано формулою $f(x) = x^{15}$. Порівняти:

1) $f(3,4)$ і $f(5,2)$; 3) $f(4,1)$ і $f(-4,1)$;
2) $f(-0,35)$ і $f(-0,24)$; 4) $f(0,6)$ і $f(-5)$.

180. Не виконуючи побудови графіка функції $y = x^5$, вказати, через які з даних точок проходить цей графік:
$A(-2; -32)$; $B(-1; 1)$; $C\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{243}\right)$; $D(0,1; -0,00001)$.

181. Розв'язати рівняння:

1) $x^7 = 128$; 2) $x^9 = -1$; 3) $x^4 = 625$; 4) $x^4 = -16$.

182. Дослідити, скільки коренів в залежності від значення параметра a має рівняння:

1) $x^{10} = a - 3$; 2) $x^8 = a^2 - 6a + 5$.

Послідовності

183. Записати п'ять перших членів послідовності:

1) двоцифрових чисел, кратних числу 7, взятих у порядку зростання;
2) правильних звичайних дробів із знаменником 23, взятих у порядку спадання;
3) натуральних чисел, що дають при діленні на 4 остачу 3, взятих у порядку зростання.

184. Знайти чотири перших члени послідовності (a_n), заданої формулою:

1) $a_n = n + 2$; 2) $a_n = 3n - 4$; 3) $a_n = \frac{n^2}{n+1}$; 4) $a_n = \frac{2^n}{n^2}$.

185. Знайти другий, шостий і сотий члени послідовності (b_n), заданої формулою:

1) $b_n = \frac{5}{n}$; 3) $b_n = n^2 - 10n$;
2) $b_n = 7 - 3n$; 4) $b_n = (-1)^n + (-1)^{n+1}$.

186. Послідовність (c_n) задана формулою $c_n = 2n + 3$. Знайти: 1) c_1; 2) c_5; 3) c_{12}; 4) c_{200}; 5) c_{k+2}.

ван кожний екскаватор, працюючи самостійно, якщо відомо, що для другого шуканий час не менше, ніж 8 год?

164. Якщо одночасно відкрити дві труби, через одну з яких у басейн буде наливатися вода, а через другу виливатися, то басейн наповниться за 36 год. Якщо 6 год наповнювати басейн через першу трубу, а потім відкрити другу трубу, через яку вода виливається, то басейн наповниться через 18 год після відкриття другої труби. За скільки годин через першу трубу можна наповнити басейн? За скільки годин через другу трубу можна спорожнити басейн?

165. Із села на станцію, відстань до якої дорівнює 24 км, вирушив пішохід із швидкістю 3 км/год. Через 2 год із села в тому ж напрямі вирушив другий пішохід, який наздогнав першого, передав йому лист і пішов назад у село з тією ж швидкістю. Перший пішохід прийшов на станцію, а другий повернувся в село одночасно. Знайти швидкість другого пішохода.

166. Дорога, що з'єднує село і залізничну станцію, має довжину 30 км, і йде спочатку під гору, а потім вгору. Із села на станцію велосипедист їде 2 год 12 хв, а зі станції — 2 год 18 хв. Знайти, з якою швидкістю велосипедист їде під гору і з якою вгору, якщо відомо, що його швидкість на підйомі на 3 км/год менша від його швидкості на спуску.

167. З двох станцій, відстань між якими дорівнює 270 км, вирушили одночасно назустріч один одному два поїзди. Один з них прибув на другу станцію через 2 год 24 хв після зустрічі, а інший на першу станцію — через 3 год 45 хв після зустрічі. Знайти, з якою швидкістю рухався кожний поїзд і через скільки часу після початку руху відбулася зустріч поїздів.

168. Одночасно від одного причалу в одному напрямі відпливли пліт із швидкістю 3 км/год і човен із швидкістю 24 км/год. Через 3 год від того ж причалу в тому самому напрямі відплив катер. Знайти швидкість руху катера, якщо відомо, що він наздогнав човен через 11 год 40 хв після того, як наздогнав пліт.

169. З пунктів A і B одночасно назустріч одна одній виїхали дві машини і після зустрічі кожна з них продовжила рух у початковому напрямі. Одна з них, швидкість якої на 15 км/год більша за швидкість другої, прибула в A через 3 год після зустрічі, а друга в B — через 5 год 20 хв. Знайти швидкість, з якою

155. Якщо деяке двоцифрове число поділити на суму його цифр, то в частці одержимо 4, а в остачі 6. Якщо поділити це число на добуток цифр, то в частці одержимо 1 і в остачі 22. Знайти дане число.

156. Площа прямокутника дорівнює 108 $дм^2$, а діагональ — 15 дм. Знайти сторони прямокутника.

157. Площа прямокутника дорівнює 180 $см^2$. Якщо одну його сторону зменшити на 3 см, а другу — на 6 см, то одержимо прямокутник, площа якого дорівнює 72 $см^2$. Знайти початкові розміри прямокутника.

158. Сума катетів прямокутного трикутника дорівнює 23 см. Якщо кожен із катетів зменшити на 3 см, а гіпотенузу — на 4 см, то знову отримаємо прямокутний трикутник. Знайти периметр даного трикутника.

159. З двох станцій, відстань між якими дорівнює 450 км, вирушили одночасно назустріч один одному два поїзди і зустрілись через 5 год. Знайти швидкість кожного поїзда, якщо один з них витратив на шлях між станціями на 2 год 15 хв більше, ніж другий.

160. Із станції M на станцію N, відстань між якими дорівнює 240 км, вирушили одночасно два поїзди. Один з них прибув на станцію N на 48 хв пізніше за другого. Знайти швидкість кожного поїзда, якщо відомо, що перший поїзд за 2 год проїжджає на 40 км більше, ніж другий за одну годину.

161. Човен проходить 54 км за течією річки і 48 км в стоячій воді за 6 год. Щоб пройти 64 км в стоячій воді, човну потрібно на 2 год більше, ніж на проходження 36 км за течією тієї ж річки. Знайти власну швидкість човна і швидкість течії.

162. З двох селищ A і B, відстань між якими дорівнює 108 км, вирушили назустріч один одному два велосипедисти і зустрілись у селищі C, відстань від якого до A становить $\frac{1}{3}$ відстані між A і B, причому велосипедист, який їхав із A, виїхав на 1 год 48 хв раніше за велосипедиста, який їхав із B. Якби велосипедисти виїхали одночасно, то вони б зустрілись через 4 год. Знайти швидкість кожного велосипедиста.

163. Два екскаватори, працюючи одночасно, можуть викопати котлован за 11 год 40 хв. Якщо ж спочатку один екскаватор викопає самостійно $\frac{1}{4}$ котлована, а потім другий — решту, то вся робота буде виконана за 22 год. За скільки годин може викопати цей котло-

187. Послідовність (x_n) задана формулою $x_n = (-1)^{n+1} \cdot 2$. Знайти: 1) x_1; 2) x_6; 3) x_{2k}; 4) x_{2k+1}; 5) x_{k+1}.

188. Знайти п'ять перших членів послідовності (a_n), якщо:

1) $a_1 = -3$; $a_{n+1} = a_n + 2$;

2) $a_1 = 16$; $a_{n+1} = \frac{a_n}{2}$;

3) $a_1 = -4$; $a_2 = 3$; $a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1}$;

4) $a_1 = 1$; $a_2 = 4$; $a_{n+2} = a_n^2 - a_{n+1}$.

189. Послідовність (y_n) задана формулою $y_n = 6n - 1$. Чи є членом цієї послідовності число: 1) 17; 2) 215; 3) 36? У випадку позитивної відповіді вказати номер відповідного члена.

190. Знайти число додатних членів послідовності (z_n), заданої формулою $z_n = 22 - 4n$.

191. Підібрати одну з можливих формул загального члена послідовності, першими членами якої є числа:

1) 4; 9; 16; 25; 36; ... ; 3) 1; –1; 1; –1; 1; ... ;

2) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; ... ; 4) 2; 0; $\frac{2}{3}$; 0; $\frac{2}{5}$; 0; $\frac{2}{7}$; ... .

192. Довести, що послідовність (a_n), задана наступною формулою, є зростаючою:

1) $a_n = 6n - 13$; 2) $a_n = n^2 + n - 1$; 3) $a_n = \frac{n}{n+1}$.

193. Знайти найбільший член послідовності (a_n), заданої формулою:

1) $a_n = 30 - n^3$; 2) $a_n = 3n^2 - n^3$; 3) $a_n = \frac{n}{4 + n^2}$.

Означення арифметичної прогресії. Формула n-го члена арифметичної прогресії

194. Знайти чотири перших члени арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 1{,}4$; $d = -0{,}2$.

195. В арифметичній прогресії (a_n): $a_1 = 3$; $d = 0{,}5$. Знайти: 1) a_3; 2) a_{11}; 3) a_{24}.

196. Знайти різницю і сто перший член арифметичної прогресії 2,7; 3,1; 3,5; ... .

197. Знайти формулу загального члена арифметичної прогресії:

1) $-4; -6; -8; -10; \ldots$; 3) $2a^2; 5a^2; 8a^2; 11a^2; \ldots$;

2) $4; 4\frac{1}{3}; 4\frac{2}{3}; 5; \ldots$; 4) $a-1; a-2; a-3; a-4; \ldots$.

198. Знайти різницю арифметичної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_1 = 7;\ b_{10} = -11$; 2) $b_5 = 10;\ b_{12} = 31$.

199. Знайти перший член арифметичної прогресії (c_n), якщо:

1) $c_{12} = 17;\ d = 2$; 2) $c_4 = 7;\ c_9 = -8$.

200. Знайти номер члена арифметичної прогресії (a_n), рівного 30,6, якщо $a_1 = 12{,}2$ і $d = 0{,}4$.

201. Знайти номер члена арифметичної прогресії (b_n), рівного 24,5, якщо $b_1 = 10$ і $d = 1{,}5$.

202. Дана арифметична прогресія 2; 1,8; 1,6; … . Починаючи з якого номера її члени будуть від'ємними?

203. Знайти кількість додатних членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 30;\ d = -1{,}6$.

204. Між числами –4 і 5 вставити п'ять таких чисел, щоб вони разом з даними числами утворювали арифметичну прогресію.

205. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n), якщо:

1) $a_3 + a_5 = -2$ і $a_7 + a_{10} = 4$;

2) $a_2 + a_6 = 24$ і $a_2 \cdot a_3 = 54$.

206. Чи є послідовність (a_n) арифметичною прогресією, якщо вона задана формулою:

1) $a_n = -4n + 5$; 3) $a_n = -3{,}5n$; 5) $a_n = \frac{4}{n+1}$;

2) $a_n = 3n^2 - 2$; 4) $a_n = 7 - 0{,}8n$; 6) $a_n = \frac{3n+1}{4}$?

207. В арифметичній прогресії опущено парні по порядку члени. Чи буде утворена послідовність арифметичною прогресією?

208. Знайти, при якому значенні x числа $4x + 5$; $7x - 1$ і $x^2 + 2$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії.

149. Не виконуючи побудови, знайти координати точок перетину:

1) прямої $y = 3x - 1$ і параболи $y = x^2 - 2x + 3$;

2) прямої $2x + y + 9 = 0$ і кола $(x + 2)^2 + y^2 = 10$;

3) парабол $y = 2x^2 - 8x + 10$ і $y = 1 + 4x - 2x^2$;

4) прямої $y = -\frac{1}{4}x + 1$ і кола $x^2 + (y + 3)^2 = 9$.

150. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 100, \\ y - x = 6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2y^2 - 3x^2 = 1, \\ 3x^2 + 2y^2 = 19; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + 4xy + 4y^2 = 1, \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 6; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2xy - x = 20, \\ 2xy + 5y = 39; \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy + x^2 = 30, \\ xy + y^2 = -5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 + 16y^2 = 73, \\ xy = -6. \end{cases}$

151. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 32, \\ xy = 6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{16}{15}, \\ 4y - 5x = 15; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y + xy = -19, \\ xy\,(x + y) = -20; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{3}{2x + 5y} - \frac{2}{3x - 10y} = 4, \\ \frac{2}{2x + 5y} + \frac{3}{3x - 10y} = 7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 98, \\ x - y = 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{x + 3y}{2x - y} + \frac{6\,(2x - y)}{x + 3y} = 5, \\ x^2 - xy - y^2 = 1. \end{cases}$

152. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x^2 + xy - 12y^2 = 0, \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 90; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x^2 - 3xy - y^2 = 14, \\ 2x^2 + xy - 3y^2 = 12. \end{cases}$

Розв'язування задач за допомогою систем рівнянь другого степеня

153. Якщо більше з двох натуральних чисел поділити на менше, то одержана частка на 13 менша від їх різниці. Знайти ці числа, якщо подвоєне більше число на 40 більше за менше число.

154. Сума двох цілих чисел дорівнює 3, а різниця чисел, обернених до даних, дорівнює $-\frac{7}{10}$. Знайти ці числа.

7) $(x+4)^2+(y-4)^2=0$;

8) $x^2+y^2-2x+4y+5=0$;

9) $x^2+4x+y^2-6y-3=0$;

10) $|x|+|y|=7$;

11) $3|x|-2|y|=5$;

12) $y=\sqrt{36-x^2}$.

Графічний спосіб розв'язування систем рівнянь

145. Розв'язати графічно систему рівнянь:

1) $\begin{cases} y=x^2+2x-2, \\ y=2-x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y=5, \\ x-y=7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=10, \\ y=x-2; \end{cases}$

4) $\begin{cases} (x-3)^2+(y+1)^2=13, \\ x-y-5=0; \end{cases}$

5) $\begin{cases} xy=6, \\ x-y=5; \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2+y^2=20, \\ xy=-8. \end{cases}$

146. Зобразити схематично графіки рівнянь і з'ясувати кількість розв'язків системи рівнянь:

1) $\begin{cases} y=-\sqrt{x}, \\ y=x+1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y=3x^2-1, \\ y=1-4x^2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ y=x^2+5; \end{cases}$

4) $\begin{cases} xy=-8, \\ y=4-0{,}3x^2; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2+(y-2)^2=16, \\ y=2x^2-2; \end{cases}$

6) $\begin{cases} |y|=-x, \\ y=x^2+4x-1. \end{cases}$

147. Скільки розв'язків має система рівнянь в залежності від значення параметра a:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=2, \\ y=a-x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ |y-x|=3? \end{cases}$

Розв'язування систем рівнянь другого степеня

148. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x=5-y, \\ y^2+4xy=33; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=8, \\ xy=-20; \end{cases}$

3) $\begin{cases} y-7x=3, \\ y^2-6xy-x^2=-9; \end{cases}$

4) $\begin{cases} y^2-xy+x=2, \\ 5y+x=12; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 4x-3y=4, \\ 5y^2+16x=60; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 4y+x=2, \\ (x-4)(y+3)=4. \end{cases}$

209. Знайти, при якому значенні y числа y^2+2; $4y+2$; $3y+6$ і $y^2-4y+18$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії.

210. Довести, що якщо a, b і c — три послідовні члени арифметичної прогресії, то $a^2+8bc=(2b+c)^2$.

Сума n перших членів арифметичної прогресії

211. Знайти суму шістнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=6$; $d=3$.

212. Знайти суму тридцяти перших членів арифметичної прогресії -8; -4; 0; ... .

213. Арифметична прогресія (a_n) задана формулою загального члена $a_n=3n-1$. Знайти S_{47}.

214. Місця в цирку розташовані так, що в першому ряду в кожному секторі шість місць, а в кожному наступному ряду на 3 місця більше, ніж у попередньому. Скільки місць в кожному секторі, якщо рядів в ньому 16?

215. Знайти суму всіх натуральних чисел, що кратні 6 і не більші за 234.

216. Знайти суму всіх натуральних чисел, що кратні 4 і не більші за 182.

217. Знайти суму всіх натуральних чисел, що при діленні на 3 дають в остачі 2 і не більші за 113.

218. Сума n перших членів арифметичної прогресії обчислюється за формулою $S_n=4n^2-5n$. Знайти перший член і різницю прогресії.

219. Знайти різницю і вісімнадцятий член арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=10$ і $S_{14}=1050$.

220. Знайти суму двадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо:

1) $a_1=7$; $a_{11}=27$;

2) $a_5=58$; $a_{12}=16$.

221. Знайти суму п'ятнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_{15}=52$; $d=4$.

222. Знайти перший і п'ятий члени арифметичної прогресії, якщо її різниця дорівнює 8, а сума восьми її перших членів дорівнює 200.

223. В арифметичній прогресії перший член дорівнює 24, а сума тридцяти трьох перших членів дорівнює 1188. Знайти різницю і двадцять п'ятий член прогресії.

224. Знайти суму шістнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_5 + a_7 - a_{12} = -9$ і $a_3 + a_{20} = 74$.

225. Знайти суму членів арифметичної прогресії з шостого по двадцять третій включно, якщо перший член дорівнює 28, а різниця дорівнює –3.

226. Знайти суму членів арифметичної прогресії (x_n) з дванадцятого по двадцять дев'ятий включно, якщо $x_1 = 7$ і $x_{15} = 42$.

227. Знайти суму всіх від'ємних членів арифметичної прогресії –6,8; –6,4; –6; … .

228. В арифметичній прогресії (a_n) $a_1 = -4$; $d = 5$. Знайти, скільки треба взяти перших членів прогресії, щоб їх сума дорівнювала 1400.

229. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо сума п'яти перших її членів дорівнює 10, а сума дванадцяти перших членів дорівнює –102.

230. Знайти різницю арифметичної прогресії, перший член якої дорівнює 100, а сума шести перших членів у 5 разів більша за суму наступних шести членів.

231. Розв'язати рівняння:

1) $5 + 9 + 13 + \ldots + 4n + 1 = 324$;

2) $4 + 10 + 16 + \ldots + x = 310$.

232. Яку найменшу кількість послідовних натуральних чисел, починаючи з 6, треба додати, щоб одержати суму, більшу за 216?

233. З двох міст A і B, відстань між якими дорівнює 10 км, в одному напрямі виїхали одночасно два велосипедиста, причому велосипедист, що виїхав з A, рухався у напрямі до міста B. Велосипедист, що виїхав з A, за першу годину проїхав 12 км, а за кожну наступну — на 1 км більше, ніж за попередню. Велосипедист, що виїхав з B, за першу годину проїхав 16 км, а за кожну наступну — на 2 км менше, ніж за попередню. Через скільки годин після початку руху велосипедист, що виїхав з A, наздожене іншого велосипедиста?

Означення геометричної прогресії. Формула n-го члена геометричної прогресії

234. Знайти чотири перших члена геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = 0,4$; $q = 5$.

141. Розв'язати рівняння:

1) $\frac{3x-7}{x+2} - \frac{x+2}{3x-7} = \frac{15}{4}$;

2) $\frac{2x+5}{x-3} + \frac{7(x-3)}{2x+5} = 5,5$;

3) $x^2 + 5x - 6 - \frac{45}{x^2+5x-2} = 0$;

4) $\frac{8x}{x^2+8x-16} - \frac{x^2+8x-16}{2x} = 3$;

5) $2x^2 + 12x - \frac{70}{x^2+6x} = 4$;

6) $3x^2 + 9x + 13 - \frac{7}{x^2+3x+3} = 0$.

142. Розв'язати рівняння:

1) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 5\left(x - \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$;

2) $x^2 + \frac{9}{x^2} - 2\left(x + \frac{3}{x}\right) - 18 = 0$;

3) $x^4 + 5x^2(x+1) = 6(x+1)^2$;

4) $(4x+3)^2 - (4x+3)(x-3) - 30(x-3)^2 = 0$.

Графік рівняння з двома змінними

143. Побудувати графік рівняння:

1) $y = 3x - 4$;
2) $3x + 4y - 12 = 0$;
3) $5y + x = 0$;
4) $x + 3 = 0$;
5) $y - 6 = 0$;
6) $x^2 + y^2 = 16$;
7) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$;
8) $x^2 + (y+2)^2 = 3$;
9) $y = x^2 + 4x$;
10) $x^2 - y - 2x - 3 = 0$;
11) $|x| = 5$;
12) $|y| = 2$;
13) $xy = -8$;
14) $|xy| = 4$;
15) $y = |x + 2|$.

144. Побудувати графік рівняння:

1) $x = -y^2$;
2) $|x - y| = 2$;
3) $|3x + y| = 2$;
4) $x^2 - 9y^2 = 0$;
5) $16x^2 - y^2 = 0$;
6) $5x^2 + 8y^2 = 0$;

Розв'язування рівнянь з використанням розкладу на множники

137. Розв'язати рівняння:

1) $7x^3 - 28x = 0$;
2) $5x^3 + 10x^2 - 15x = 0$;
3) $9x^5 - 2x^3 = 0$;
4) $81x^3 + 36x^2 + 4x = 0$;
5) $x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0$;
6) $x^3 + 4x^2 + 4x + 16 = 0$;
7) $3x^3 - 6x^2 - 75x + 150 = 0$;
8) $x^6 - 7x^4 + x^2 - 7 = 0$;
9) $x^5 + 4x^4 + 4x^3 - x^2 - 4x - 4 = 0$;
10) $x^3 - 3x^2 + 6x - 8 = 0$.

138. Розв'язати рівняння:

1) $x^3 - 5x^2 + 4 = 0$;
2) $x^3 - 4x + 3 = 0$;
3) $x^3 + 2x^2 - 1 = 0$;
4) $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 5x - 2 = 0$.

Розв'язування рівнянь з використанням введення нової змінної

139. Розв'язати рівняння:

1) $x^4 - 82x^2 + 81 = 0$;
2) $x^4 - 18x^2 + 32 = 0$;
3) $x^4 + 12x^2 - 64 = 0$;
4) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$;
5) $4x^4 - 21x^2 + 5 = 0$;
6) $3x^4 + 16x^2 - 12 = 0$.

140. Розв'язати рівняння:

1) $(x^2 + 4)^2 - 10\,(x^2 + 4) + 24 = 0$;
2) $(x - 3)^4 + 9\,(x - 3)^2 - 10 = 0$;
3) $(x^2 - 5x)^2 - 2\,(x^2 - 5x) - 24 = 0$;
4) $(x^2 + 8x + 10)^2 - 28x^2 - 224x - 340 = 0$;
5) $(x^2 - 3x + 1)\,(x^2 - 3x + 5) = 5$;
6) $4\,(x^2 + 4x + 2)^2 + 3x^2 + 12x = 1$;
7) $(x^4 - 6x^2)^2 + x^4 - 6x^2 = 56$;
8) $(x^2 + 10x)\,(x^2 + 10x - 8) = 240$.

235. В геометричній прогресії (b_n): $b_1 = \frac{1}{16}$; $q = -2$. Знайти:

1) b_3; 2) b_8; 3) b_{11}; 4) b_k.

236. Знайти знаменник і четвертий член геометричної прогресії $\frac{1}{81}$; $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{9}$; ... .

237. Знайти знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_1 = 10000$; $b_6 = 0{,}1$;
2) $b_3 = 1$; $b_5 = \frac{1}{4}$.

238. Знайти перший член геометричної прогресії (x_n), якщо:

1) $x_7 = \frac{3}{16}$; $q = \frac{1}{2}$;
2) $x_3 = 6$; $x_6 = 162$.

239. Число 324 є членом геометричної прогресії 4; 12; 36; ... . Знайти номер цього члена.

240. Між числами 256 і 1 вставити три таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію.

241. Послідовність (b_n) задана формулою загального члена $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$. Чи буде ця послідовність геометричною прогресією?

242. Знайти перший член і знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_6 = 4b_4$ і $b_2 + b_5 = 108$;
2) $b_2 + b_5 = 56$ і $b_3 - b_4 + b_5 = 14$.

243. При якому значенні x числа $x - 1$; $1 - 2x$ і $x + 7$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайти ці числа.

244. Сума трьох чисел, що утворюють геометричну прогресію, дорівнює 63. Якщо до цих чисел додати відповідно 7; 18 і 2, то утвориться арифметична прогресія. Знайти ці числа.

Сума *n* перших членів геометричної прогресії

245. Знайти суму п'яти перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = 8$; $q = \frac{1}{2}$.

246. Знайти суму шести перших членів геометричної прогресії $\frac{1}{54}$; $\frac{1}{18}$; $\frac{1}{6}$; ... .

247. Знайти суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_4 = 500$; $q = 4$;
2) $b_1 = 2\sqrt{2}$; $b_7 = 16\sqrt{2}$; $q > 0$;
3) $b_2 = 12$; $b_5 = 324$.

248. Геометрична прогресія (b_n) задана формулою загального члена $b_n = 5 \cdot 2^{n+1}$. Знайти суму семи перших членів.

249. Знайти перший член геометричної прогресії (x_n), якщо $q = \frac{1}{3}$; $S_5 = \frac{40}{9}$.

250. Знайти кількість членів геометричної прогресії (c_n), якщо $c_1 = -9$; $q = -2$; $S_n = -99$.

251. Сума другого і третього членів геометричної прогресії дорівнює 30, а різниця четвертого і другого членів дорівнює 90. Знайти суму п'яти перших членів прогресії.

252. Знайти перший член, знаменник і кількість членів геометричної прогресії (y_n), якщо $y_7 - y_5 = 648$; $y_6 + y_5 = -162$; $S_n = -1640$.

Нескінченна геометрична прогресія із знаменником q таким, що $|q| < 1$

253. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії:

1) 96; 24; 6; ... ;
2) 6; $2\sqrt{3}$; 2; ... .

254. Знайти перший член нескінченної геометричної прогресії, сума якої дорівнює 21, а знаменник дорівнює $\frac{2}{7}$.

255. Знайти третій член нескінченної геометричної прогресії, перший член якої дорівнює −40, а сума дорівнює −25.

256. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_3 = 18$; $b_5 = 2$;
2) $b_2 b_4 = 16$ і $b_3 + b_5 = 6$.

12) $(x + 2)^2 (x - 3)^3 (x - 4)^4 (x - 6)^5 \le 0$;
13) $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 3x + 6) \le 0$;
14) $(x^2 + 2x - 10)(4x - x^2 - 5) \ge 0$.

133. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} > 0$;
2) $\frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} \ge 0$;
3) $\frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} < 0$;
4) $\frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} \le 0$;
5) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} > 0$;
6) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} \ge 0$;
7) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} < 0$;
8) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} \le 0$;
9) $\frac{x^2 - 6x + 8}{|x - 8|} \ge 0$;
10) $\frac{|x + 1|}{x^2 + 4x - 12} \ge 0$.

134. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $\frac{x^2 + 5x}{x^2 - 25} \ge 0$;
2) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 8x + 15} \le 0$.

135. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x - 4}{x - 5} \le \frac{3x + 8}{x - 5}$;
2) $\frac{7x}{3x - 4} \ge 1$;
3) $\frac{x^2 + 8x}{x + 6} \le \frac{20}{x + 6}$;
4) $\frac{x^2 + 6x}{x - 3} \ge -16$.

136. Розв'язати нерівність:

1) $(x + 6)(x - a) > 0$;
2) $(x + 6)(x - a)^2 < 0$;
3) $(x + 6)(x - a)^2 \le 0$;
4) $(x - a)(x - 1)^2 < 0$;
5) $(x - a)(x - 1)^2 \le 0$;
6) $\frac{x + 5}{x - a} \ge 0$;
7) $\frac{(x + 2)(x - a)}{x + 2} \le 0$;
8) $\frac{(x + 2)(x - a)}{x - a} \ge 0$.

Розв'язування нерівностей методом інтервалів

129. Розв'язати нерівність:

1) $(x - 4{,}6)(x + 5) \le 0$;

2) $(x + 12)(x - 4)(x - 20) > 0$;

3) $(3x + 5)(2x - 7)(x - 6) \le 0$;

4) $(7 + x)(x - 2)(5 - x) > 0$;

5) $(x + 7{,}2)(3 - x)(6 - x) \le 0$;

6) $(6x + 18)(4 - 16x)(7x - 21)(5 - 2x) \ge 0$.

130. Розв'язати нерівність:

1) $\dfrac{x - 3}{x + 5} > 0$; 4) $\dfrac{x - 2{,}3}{x + 7{,}4} \le 0$; 7) $\dfrac{(x - 4)(x + 6)}{x + 4} \ge 0$;

2) $\dfrac{x + 7}{x - 10} < 0$; 5) $\dfrac{9 - x}{x - 20} \ge 0$; 8) $\dfrac{x - 4{,}6}{(x + 8)(x - 15)} \le 0$;

3) $\dfrac{x}{x + 1{,}4} \ge 0$; 6) $\dfrac{4x + 2{,}8}{1{,}8 - 0{,}3x} \le 0$; 9) $\dfrac{x + 6{,}1}{(14 - x)(x - 16)} \ge 0$.

131. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $(x^2 - 10x)(x^2 - 49) \ge 0$; 3) $\dfrac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 8x + 7} > 0$;

2) $(x^2 - 10x + 9)(x^2 + 4x) < 0$; 4) $\dfrac{x^2 - x - 20}{x^2 - 36} \le 0$.

132. Розв'язати нерівність:

1) $(x^2 + 9)(x^2 - 3x - 4) \le 0$;

2) $(x + 9)^2 (x^2 - 3x - 4) < 0$;

3) $(x + 9)^2 (x^2 - 3x - 4) \le 0$;

4) $(x + 9)^2 (x^2 - 3x - 4) > 0$;

5) $(x + 9)^2 (x^2 - 3x - 4) \ge 0$;

6) $(x - 2)^2 (x^2 - 4x + 3) > 0$;

7) $(x - 2)^2 (x^2 - 4x + 3) \ge 0$;

8) $(x - 2)^2 (x^2 - 4x + 3) < 0$;

9) $(x - 2)^2 (x^2 - 4x + 3) \le 0$;

10) $(x + 2)^2 (x - 3)^4 (x - 4)^3 > 0$;

11) $(x + 2)^2 (x - 3)^4 (x - 4)^3 \ge 0$;

257. Сума нескінченної геометричної прогресії дорівнює 125, а сума трьох її перших членів дорівнює 124. Знайти перший член і знаменник прогресії.

258. Записати у вигляді звичайного дробу число:

1) 0,444...; 2) 2,(36); 3) 0,8333...; 4) 3,7(2).

Означення кореня *n*-го степеня

259. Знайти значення кореня:

1) $\sqrt[3]{64}$; 2) $\sqrt{1{,}21}$; 3) $\sqrt[4]{0{,}0001}$; 4) $\sqrt[5]{-32}$; 5) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$.

260. Знайти значення виразу:

1) $0{,}2\sqrt[3]{1000} - \frac{3}{5}\sqrt[4]{625}$;

2) $\sqrt[7]{-128} + 3(\sqrt[5]{9})^5 - 4\sqrt[8]{256}$;

3) $4(-\sqrt[8]{6})^8 - 0{,}8\sqrt[4]{10000} + \left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{270}\right)^3$;

4) $\sqrt[4]{2\frac{113}{256}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{8}{125}} + (-2\sqrt[4]{7})^2 - (-\sqrt[9]{11})^9$;

5) $\sqrt[6]{0{,}000064} + \frac{2}{9}(-3\sqrt[4]{0{,}4})^4 + 6\sqrt[12]{0{,}3^{12}}$;

6) $(-\sqrt[5]{30})^5 + \sqrt[6]{4^3} - \sqrt[3]{343} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[8]{13^8} - 100\sqrt[4]{0{,}0081}$.

261. Знайти область визначення функції:

1) $y = \sqrt[4]{x - 8}$; 3) $y = \sqrt[5]{x + 2}$;

2) $y = \sqrt[8]{-x}$; 4) $y = \sqrt[6]{x^2 - 4x}$.

262. Розв'язати рівняння:

1) $\sqrt{x} = 4$; 4) $\sqrt[4]{x} + 2 = 0$; 7) $\sqrt[5]{4x} + 2 = 0$;

2) $\sqrt[3]{x} = \frac{2}{3}$; 5) $\sqrt[3]{x} + 6 = 0$; 8) $\sqrt[5]{4x + 2} = 0$;

3) $\sqrt[4]{x} - 5 = 0$; 6) $\frac{1}{3}\sqrt[4]{x} - 2 = 0$; 9) $\sqrt[5]{4x + 2} = 3$.

263. Розв'язати рівняння:

1) $x^5 = 32$; 5) $x^8 = 1$; 9) $(x + 3)^3 = 27$;

2) $x^7 = 8$; 6) $x^6 = 729$; 10) $(x - 2)^6 = 64$;

3) $x^9 = -16$; 7) $x^{10} = 5$; 11) $3x^4 + 475 = 0$;

4) $x^4 = \frac{1}{16}$; 8) $x^4 = -81$; 12) $8x^4 - 64 = 0$.

264. Розв'язати рівняння:

1) $a\sqrt[6]{x} = 0$; 3) $a\sqrt[3]{x} = a$; 5) $x^4 = a + 3$; 7) $x^3 = a - 4$;

2) $\sqrt[4]{ax} = 0$; 4) $\sqrt[8]{x} = a$; 6) $ax^6 = 3$; 8) $x^6 = a^2 - 25$.

265. Розв'язати рівняння:

1) $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$; 3) $x^{12} + x^6 - 6 = 0$.

2) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$;

266. Знайти два послідовних цілих числа, між якими міститься число: 1) $\sqrt[3]{12}$; 2) $\sqrt[4]{50}$; 3) $-\sqrt[5]{30}$.

267. Оцінити значення $\sqrt[3]{x}$, якщо:

1) $8 \le x \le 343$; 2) $-27 < x < 64$.

268. Оцінити значення x, якщо:

1) $-1 \le \sqrt[5]{x} \le 2$; 2) $3 < \sqrt[4]{x} < 5$.

269. Вказати всі цілі числа, що розташовані на координатній прямій між числами:

1) 2 і $\sqrt[3]{130}$; 2) $\sqrt[5]{-40}$ і $\sqrt[4]{650}$.

Властивості арифметичного кореня *n*-го степеня

270. Знайти значення кореня:

1) $\sqrt[3]{27 \cdot 64}$; 4) $\sqrt[3]{4^6 \cdot 3^9}$;

2) $\sqrt[4]{0{,}0081 \cdot 625}$; 5) $\sqrt[7]{0{,}3^7 \cdot 5^{14}}$;

3) $\sqrt[5]{243 \cdot 0{,}00032}$; 6) $\sqrt[4]{\dfrac{3^8 \cdot 7^4}{5^4 \cdot 2^{12}}}$.

271. Знайти значення виразу:

1) $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2}$; 6) $\dfrac{\sqrt[3]{5^8 \cdot 7^{10}}}{\sqrt[3]{5^2 \cdot 7^{16}}}$;

2) $\sqrt[6]{10\,000} \cdot \sqrt[6]{100}$; 7) $\sqrt[3]{5 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{5 + \sqrt{17}}$;

3) $\sqrt[3]{0{,}108} \cdot \sqrt[3]{2}$; 8) $\sqrt[4]{26 + \sqrt{51}} \cdot \sqrt[4]{26 - \sqrt{51}}$;

4) $\sqrt[8]{3^5 \cdot 5^2} \cdot \sqrt[8]{3^3 \cdot 5^6}$; 9) $\sqrt[5]{3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}} \cdot \sqrt[5]{3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}$.

5) $\dfrac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{729}}$;

3) $ax^2 + 6x + 3a - 6 < 0$;

4) $(a^2 - 1)x^2 + 2(1 - a)x + 2 \ge 0$.

119. Знайти, при яких значеннях m нерівність не має розв'язків:

1) $mx^2 - 8mx + 3m + 7 > 0$;

2) $(2m + 1)x^2 + 2(m + 2)x + m + 5{,}6 \le 0$.

120. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 > 0, \\ x < a; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - 8x - 9 \le 0, \\ x > a. \end{cases}$

121. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 - (a - 4)x - 4a \ge 0$;

2) $x^2 + (2 - 5a)x + 6a^2 - 3a - 3 < 0$.

122. При яких значеннях b один з коренів рівняння $x^2 + (b + 3)x + b^2 - 1 = 0$ більший за -2, а другий — менший від -2?

123. При яких значеннях m один з коренів рівняння $(m - 2)x^2 + (m^2 + 4m)x + 5m - 11 = 0$ більший за 3, а другий — менший від 3?

124. При яких значеннях a один з коренів квадратного рівняння $x^2 - (2a + 3)x + 6a^2 = 0$ менший від 2, а другий — більший за 3?

125. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $x^2 - 10ax + 25a^2 - 4a - 5 = 0$ більші, ніж 2?

126. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $x^2 + 4(a - 2)x + 6a - 12 = 0$ менші, ніж -1?

127. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$ належать проміжку $(-4; 4)$?

128. Розв'язати нерівність:

1) $|x^2 + 2x - 4| < 4$; 4) $x^2 + 9|x| < 10$;

2) $|x^2 - 6x| > 7$; 5) $x^2 - 4x + 6 > |x + 2|$;

3) $|x + 3|(x - 6) \ge 4x$; 6) $x^2 - 3|x - 3| + 8 \le 5|x + 2|$.

113. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 + x - 12 \le 0, \\ x > 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + x - 20 \le 0, \\ 2x + 10 \le 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x^2 - 16x + 3 > 0, \\ x \le 7; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 - 2x - 80 \le 0, \\ x^2 - 2x - 24 > 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 10x^2 - 9x + 2 \le 0, \\ 14 - 2x \le 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x^2 + 11x - 6 \le 0, \\ x^2 + 8x \le 0. \end{cases}$

114. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 + 3x - 18 < 0, \\ x \ge -2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 + 4x - 32 \le 0, \\ -8{,}5 \le x \le 0{,}3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x^2 - 6x \le 0, \\ 0{,}8x - 0{,}2 > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + (\sqrt{6} - 4)\,x - 4\sqrt{6} \le 0, \\ -x^2 + 0{,}5x + 5 \ge 0. \end{cases}$

115. Знайти, при яких значеннях a рівняння не має коренів:

1) $x^2 - (a + 5)\,x + 9 = 0$;

2) $(a - 2)\,x^2 + 5ax - 3a = 0$;

3) $(6a - 12)\,x^2 + (6a - 12)\,x + 5 = 0$;

4) $(a - 3)\,x^2 - 2\,(a + 2)\,x + 2a - 6{,}5 = 0$.

116. Знайти, при яких значеннях b рівняння має два різних дійсних кореня:

1) $x^2 - 3bx + 2b + 1 = 0$;

2) $bx^2 + (7b + 2)\,x + b = 0$;

3) $(b + 2)\,x^2 + (3b + 1)\,x - b - 1 = 0$;

4) $(2b + 1)\,x^2 - (4b + 8)\,x + 3b = 0$.

117. Розв'язати рівняння:

1) $x^2 - 2\,(a - 3)\,x + 4a - 12 = 0$;

2) $(a - 5)\,x^2 - 6ax + 2a = 0$;

3) $(4a - 8)\,x^2 + (2a - 4)\,x + 3 = 0$.

118. Знайти, при яких значеннях a нерівність виконується при всіх дійсних значеннях x:

1) $x^2 - 2\,(a - 6)\,x - 2a^2 - 2a + 33 > 0$;

2) $-\frac{1}{6}x^2 - 4ax - 18a^2 - 24 \le 0$;

272. Спростити вираз:

1) $\sqrt[4]{a^4}$, якщо $a \ge 0$;

2) $\sqrt[6]{b^6}$, якщо $b \le 0$;

3) $\sqrt[5]{x^5}$;

4) $\sqrt[4]{16x^8y^4z^{12}}$, якщо $y \ge 0$; $z \le 0$;

5) $3{,}5\,x\,\sqrt[8]{256x^{14}}$, якщо $x \le 0$;

6) $\dfrac{\sqrt[10]{a^{10}b^{20}c^{30}}}{a^2b^3c^4}$, якщо $a < 0$, $c < 0$;

7) $\sqrt[3]{343m^6n^9}$;

8) $-0{,}2a^3 \cdot \sqrt[4]{625a^{16}b^{36}}$, якщо $b \le 0$.

273. Спростити вираз:

1) $\sqrt[4]{(x - 3)^4}$;

2) $\sqrt[6]{(a - 23)^6}$, якщо $a \ge 23$;

3) $\sqrt[8]{(y + 3)^2}$, якщо $y \le -3$;

4) $(32 - a)\sqrt[4]{\dfrac{81}{(a - 32)^4}}$, якщо $a > 32$.

274. Спростити вираз:

1) $\sqrt[4]{(4 - \sqrt{3})^4}$; 3) $\sqrt[6]{(\sqrt{6} - \sqrt{8})^6}$;

2) $\sqrt[3]{(2 - \sqrt{7})^3}$; 4) $\sqrt[5]{(8 - \sqrt{11})^5} + \sqrt[8]{(3 - \sqrt{11})^8}$.

275. Побудувати графік функції:

1) $y = \sqrt[4]{x^4} - x$, якщо $x \le 0$; 4) $y = x + \sqrt[4]{x^4}$;

2) $y = (\sqrt[6]{x - 3})^6$; 5) $y = \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}$;

3) $y = \sqrt[6]{(x - 6)^6}$; 6) $y = \dfrac{x^2}{\sqrt[6]{x^6}} + 3$.

276. Винести множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt[3]{24}$; 2) $\sqrt[5]{96}$; 3) $\sqrt[4]{1250}$; 4) $\sqrt[6]{320}$.

277. Винести множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{8a^4}$; 5) $\sqrt[4]{32x^{10}y^{13}}$; 9) $\sqrt[4]{a^5b^5}$, якщо $a \le 0$, $b \le 0$;

2) $\sqrt[4]{x^9}$; 6) $\sqrt[3]{250m^7n^{20}}$; 10) $\sqrt[4]{a^6b^5}$, якщо $a \le 0$;

3) $\sqrt[3]{-a^{10}}$; 7) $\sqrt[4]{-16x^7}$; 11) $\sqrt[6]{a^7b^{14}c^{18}}$, якщо $c \le 0$;

4) $\sqrt[4]{x^4y^5}$; 8) $\sqrt[6]{a^{26}b^{13}}$; 12) $\sqrt[8]{-a^{17}b^{26}}$, якщо $b \le 0$.

278. Внести множник під знак кореня:

1) $4\sqrt{3}$; 2) $2\sqrt[3]{5}$; 3) $10\sqrt[4]{0{,}312}$; 4) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{135}$.

279. Внести множник під знак кореня:

1) $a\sqrt{7}$; 4) $2x\sqrt[3]{3x^2}$; 7) $m\sqrt[6]{m^4}$, якщо $m \le 0$;

2) $a\sqrt{-a}$; 5) $b\sqrt[7]{4b}$; 8) $ab\sqrt[4]{a^2b}$, якщо $a \ge 0$;

3) $a\sqrt[4]{a^3}$; 6) $3x^2\sqrt[3]{\frac{x}{9}}$; 9) $a^5b^3\sqrt[8]{a^6b^{10}}$, якщо $a \le 0$, $b \ge 0$.

280. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{12}{\sqrt{6}}$; 2) $\frac{6}{\sqrt[3]{3}}$; 3) $\frac{14}{\sqrt[4]{8}}$; 4) $\frac{15}{\sqrt[3]{25}}$; 5) $\frac{24}{\sqrt[5]{8}}$; 6) $\frac{m^3}{\sqrt[7]{m^4}}$.

281. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{33}{\sqrt{17}-\sqrt{6}}$; 2) $\frac{18}{3+\sqrt{3}}$; 3) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$; 4) $\frac{10}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1}$.

282. Спростити вираз:

1) $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$; 3) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{m}}$; 5) $\sqrt[24]{a^{32}}$; 7) $\sqrt[6]{p\sqrt[5]{p}}$;

2) $\sqrt{\sqrt[5]{x}}$; 4) $\sqrt[3]{b\sqrt[4]{b}}$; 6) $\sqrt[10]{m^5n^{15}}$; 8) $\sqrt[4]{a^3\sqrt[3]{a^7}}$.

283. Скоротити дріб:

1) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}$; 3) $\frac{\sqrt[3]{a}-1}{\sqrt[6]{a}+1}$; 5) $\frac{\sqrt[6]{ab^2}-\sqrt[6]{a^2b}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$;

2) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}$; 4) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt[4]{a}}{a-\sqrt[4]{a^3}}$; 6) $\frac{x+8}{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}$.

284. Знайти значення виразу:

1) $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{\sqrt{5}+1}\cdot\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}}$.

Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною

108. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 - 4x - 96 > 0$;
2) $x^2 + 3x - 28 \le 0$;
3) $-x^2 + 2{,}8x + 0{,}6 < 0$;
4) $9x^2 + 31x - 20 \ge 0$;
5) $-3x^2 + 7x + 6 < 0$;
6) $3x^2 + 18x \ge 0$;
7) $25x^2 - 16 < 0$;
8) $49x^2 + 14x + 1 > 0$;
9) $x^2 - 16x + 64 \ge 0$;
10) $3x^2 + 2x + 4 > 0$;
11) $4x^2 - 4x + 1 \le 0$;
12) $4x^2 - 60x + 225 < 0$;
13) $2x^2 + x + 3 \le 0$;
14) $10x^2 - 3x - 4 > 0$;
15) $-x^2 - 6x - 9 \le 0$.

109. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 \le 25$; 3) $4x^2 \le 9x$; 5) $-4x^2 > -64$;

2) $x^2 > 13$; 4) $-6x^2 \ge -24x$; 6) $-0{,}6x^2 < 24x$.

110. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $(2x + 1)(x - 4) \le 5$;

2) $(x - 4)^2 + 12 \ge (3x - 2)^2$;

3) $3x(x + \sqrt{3}) \le (x - \sqrt{3})^2 - 9$;

4) $\frac{2(x^2 - 9)}{5} - \frac{x + 1}{2} \ge \frac{x - 41}{4}$;

5) $\frac{4x^2 + 9x}{8} - \frac{3 - x}{3} < \frac{2x^2 + 5}{5} - 2$;

6) $(2x + 3)^2 - (x + 6)^2 + (6x - 5)(6x + 5) < 26$.

111. Знайти область визначення функції:

1) $y = \sqrt{x^2 + 7x - 18}$; 3) $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2} + \frac{8}{x^2 - 9}$;

2) $y = \frac{3x - 7}{\sqrt{5x + 10x^2}}$; 4) $y = \frac{x + 14}{\sqrt{12 - 17x - 7x^2}} - \frac{x - 14}{3x^2 + 5x - 2}$.

112. Знайти цілі розв'язки нерівності:

1) $x^2 - 7x \le 0$; 4) $12x^2 - 13x + 3 \le 0$;

2) $x^2 - 20 < 0$; 5) $-\frac{1}{2}x^2 + x + 24 > 0$;

3) $-8x^2 + 29x + 12 \ge 0$; 6) $x^2 - 4{,}6x - 2 \le 0$.

98. Знайти найменше значення функції $y = 4x^2 + 8x - 7$, якщо вона визначена на проміжку:

1) $[-3; 4]$; 2) $[-4; -2]$; 3) $[-0,5; 3]$.

99. При якому значенні c найменше значення функції $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + c$ дорівнює 5?

100. При яких значеннях a функція $y = 3x^2 - 12x + a$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x?

101. При яких значеннях a функція $y = (a+5)x^2 - 4x + 2$ набуває від'ємних значень при всіх дійсних значеннях x?

102. При яких значеннях a функція $y = (a-1)x^2 + 10x + 1$ набуває невід'ємних значень при всіх дійсних значеннях x?

103. На параболі $y = x^2 - 2x - 6$ знайти точку, в якої:

1) абсциса і ордината — протилежні числа;

2) різниця абсциси і ординати дорівнює -4.

104. Побудувати графік функції:

1) $y = \begin{cases} 3 - x, & \text{якщо } x \le -1; \\ x^2 - 2x + 1, & \text{якщо } -1 < x < 3; \\ 4, & \text{якщо } x \ge 3; \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} 3x - 4, & \text{якщо } x \le 2; \\ 9 - x^2, & \text{якщо } 2 < x < 4; \\ x, & \text{якщо } x \ge 4. \end{cases}$

105. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{|x|}{x}\left(\frac{1}{4}x^2 - x - 3\right)$; 3) $y = x^2 + 8x\frac{x-3}{|x-3|} - 9$;

2) $y = x^2 + 2|x| - 8$; 4) $y = x^2 + 3|x - 1| - x + 3$.

106. При якому значенні a графік квадратичної функції $y = ax^2 + (a - 4)x - 4,5$ дотикається осі абсцис?

107. Нехай x_1 і x_2 — нулі квадратичної функції $y = 7x^2 - (6a - 5)x + 2a + 3$. Знайти, при яких значеннях a виконується нерівність $x_1 < -1 < x_2$.

285. Розв'язати рівняння:

1) $\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 3 = 0$; 3) $x - 8\sqrt[4]{x} = 0$.

2) $\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[6]{x} - 5 = 0$;

286. Спростити вираз:

1) $(\sqrt[3]{a} + 2)(\sqrt[3]{a} - 2) - (\sqrt[3]{a} + 3)^2$;

2) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - \dfrac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{a} + 1}$;

3) $\dfrac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{ab} - \sqrt[3]{b}} - \dfrac{2\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}}$;

4) $\left(\dfrac{\sqrt[4]{a} - 2}{\sqrt[4]{a} + 2} - \dfrac{\sqrt[4]{a} + 2}{\sqrt[4]{a} - 2}\right) : \dfrac{12\sqrt{a}}{4 - \sqrt{a}}$;

5) $\dfrac{3\sqrt[8]{a}}{\sqrt[8]{a} - 4} - \dfrac{\sqrt[8]{a} + 2}{2\sqrt[8]{a} - 8} \cdot \dfrac{96}{\sqrt[4]{a} + 2\sqrt[8]{a}}$;

6) $\left(\dfrac{2\sqrt[6]{x}}{2\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}} - \dfrac{4\sqrt[3]{x}}{4\sqrt[3]{x} + 4\sqrt[6]{xy} + \sqrt[3]{y}}\right) : \left(\dfrac{4\sqrt[6]{x}}{4\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} + \dfrac{1}{\sqrt[6]{y} - 2\sqrt[6]{x}}\right)$.

287. Довести, що значення виразу $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ є число раціональне.

Степінь з раціональним показником і його властивості

288. Замінити степінь з дробовим показником коренем:

1) $3^{\frac{1}{2}}$; 3) $6^{-\frac{1}{4}}$; 5) $(mn)^{\frac{2}{3}}$; 7) $(a + b)^{1,5}$;

2) $10^{\frac{4}{5}}$; 4) $12^{-\frac{2}{3}}$; 6) $mn^{\frac{2}{3}}$; 8) $a^{-\frac{4}{5}} + b^{2,6}$.

289. Замінити арифметичний корінь степенем з дробовим показником:

1) $\sqrt{a}$; 3) $\sqrt[8]{y^5}$; 5) $\sqrt[4]{5^{-3}}$; 7) $\sqrt[9]{(x+y)^2}$;
2) $\sqrt[3]{m^2}$; 4) $\sqrt[6]{2x}$; 6) $\sqrt[7]{36}$; 8) $\sqrt[9]{x^2+y^2}$.

290. Знайти значення виразу:

1) $16^{\frac{1}{2}}$; 2) $8^{-\frac{2}{3}}$; 3) $0{,}0016^{-0{,}5}$; 4) $32^{0{,}4}$; 5) $\left(11\frac{1}{9}\right)^{2{,}5}$.

291. Знайти область визначення функції:

1) $y = x^{\frac{3}{4}}$; 3) $y = (x+4)^{1{,}2}$;
2) $y = x^{-0{,}7}$; 4) $y = (x^2 + 8x - 9)^{-\frac{1}{5}}$.

292. Представити вираз у вигляді степеня або добутку степенів:

1) $a^{-0{,}8} \cdot a^{1{,}3}$; 6) $\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{4}{15}}\right)^{\frac{6}{11}}$;
2) $a^{-\frac{1}{6}} \cdot a^{\frac{5}{12}}$; 7) $\left(a^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{4}{9}} \cdot \left(a^{-\frac{7}{10}}\right)^{\frac{5}{21}}$;
3) $a^{\frac{7}{9}} : a^{\frac{5}{6}}$; 8) $(a^3)^{-0{,}7} \cdot (a^{-0{,}4})^{-5} : (a^{-0{,}5})^8$;
4) $(a^{-0{,}4})^8$; 9) $\left(a^{\frac{7}{30}}b^{-\frac{28}{45}}\right)^{\frac{15}{49}} \cdot \left(a^{-\frac{9}{35}}b^{\frac{36}{35}}\right)^{\frac{5}{18}}$.
5) $a^{\frac{5}{8}} \cdot a^{\frac{7}{12}} \cdot a^{-\frac{13}{24}}$;

293. Знайти значення виразу:

1) $2^{2{,}4} \cdot 2^{-0{,}3} \cdot 2^{3{,}9}$; 4) $16^{-0{,}75} \cdot 8^{-\frac{5}{12}} \cdot 4^{\frac{5}{8}}$;
2) $(3^{-0{,}6})^4 \cdot 3^{0{,}4}$; 5) $\left(\dfrac{3^{\frac{5}{6}} \cdot 2^{\frac{5}{6}}}{5^{-\frac{1}{6}} \cdot 6}\right)^{-12}$;
3) $\left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{9}{16}} \cdot 25^{\frac{11}{16}}$; 6) $\left(\dfrac{8^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{4}{3}}}{27^{-\frac{1}{9}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{27^{\frac{5}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{5}}}{2^{-\frac{6}{5}} \cdot 81^{\frac{7}{16}}}\right)^{\frac{1}{2}}$.

88. Побудувати в одній системі координат графіки функцій $y = -x^2 - 3x + 4$ і $y = \frac{12}{x}$. Встановити, користуючись одержаним малюнком, кількість коренів рівняння $-x^2 - 3x + 4 = \frac{12}{x}$.

89. D — дискримінант квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$. Зобразити схематично графік квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, якщо:

1) $a > 0,\ D > 0,\ c = 0,\ -\frac{b}{2a} > 0$;

2) $a > 0,\ D = 0,\ -\frac{b}{2a} < 0$;

3) $a < 0,\ D < 0,\ -\frac{b}{2a} > 0$.

90. Знайти найбільше і найменше значення та проміжки зростання і спадання функції:

1) $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$; 3) $f(x) = 9 - 18x - 0{,}6x^2$;
2) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 10$; 4) $f(x) = 11x^2 - 3x$.

91. При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки C (–1; –10) і D (2; 5)?

92. При яких значеннях a і b графік функції $y = ax^2 + bx + 2$ проходить через точки M (3; –1) і K (–6; 26)?

93. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в початку координат, що проходить через точку (6; –3). Задати цю функцію формулою.

94. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в точці C (0; 4), що проходить через точку D (–5; –46). Задати цю функцію формулою.

95. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці (–6; –43)?

96. Парабола, що є графіком квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, має вершину в точці E (4; 3) і проходить через точку F (2; 1). Знайти значення коефіцієнтів a, b і c.

97. Побудувати графік функції $y = -x^2 - x + 6$ при $x \in [-2; 3]$ та знайти, користуючись графіком, її область значень.

82. Побудувати графік функції:

1) $y = -x^2$; 3) $y = 4x^2$; 5) $y = \sqrt{3x}$;

2) $y = -\frac{1}{2}x^2$; 4) $y = 0{,}4x^2$; 6) $y = \sqrt{\frac{1}{5}x}$.

Квадратична функція та її графік

83. Визначити напрям віток, знайти координати вершини і побудувати схематично графік квадратичної функції:

1) $y = x^2 - 2x - 3$; 3) $y = x^2 + 0{,}4x - 0{,}12$;

2) $y = -x^2 - 2x + 3$; 4) $y = -2x^2 - 8x + 5$.

84. Побудувати графік функції:

1) $y = x^2 - 5x + 6$; 5) $y = 2x + x^2$;

2) $y = -x^2 + 4x - 3$; 6) $y = 9 - x^2$;

3) $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$; 7) $y = -0{,}5x + 2x + 2$;

4) $y = 2x^2 - 4x + 2$; 8) $y = x^2 - 5x + 4$.

85. Побудувати графік функції $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(-2)$; $f(0)$; $f(0{,}5)$;
2) значення x, при яких $f(x) = -4$; $f(x) = -5$; $f(x) = 5$;
3) нулі функції;
4) найбільше і найменше значення функції;
5) область значень функції;
6) розв'язки нерівності $f(x) \geq 0$; $f(x) < 0$.

86. Побудувати графік функції $f(x) = 4x - 2x^2$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(-1)$; $f(1)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$;
2) значення x, при яких $f(x) = 2$; $f(x) = 3$; $f(x) = -6$;
3) найбільше і найменше значення функції;
4) область значень функції;
5) розв'язки нерівності $f(x) \leq 0$; $f(x) > 0$.

87. Побудувати в одній системі координат графіки функцій $y = x^2 + x - 2$ і $y = \frac{8}{x}$. Знайти, користуючись одержаним малюнком, корені рівняння $x^2 + x - 2 = \frac{8}{x}$.

Перетворення виразів, які містять степені з дробовим показником

294. Спростити вираз:

1) $x^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}} + 3\right) - \left(x^{\frac{1}{2}} + 3\right)^2$;

2) $\left(m^{\frac{1}{4}} - n^{\frac{1}{4}}\right)\left(m^{\frac{1}{4}} + n^{\frac{1}{4}}\right) + \left(2m^{\frac{1}{4}} - 3n^{\frac{1}{4}}\right)\left(5m^{\frac{1}{4}} + 2n^{\frac{1}{4}}\right)$;

3) $\left(a^{\frac{1}{12}} + b^{\frac{1}{12}}\right)\left(a^{\frac{1}{12}} - b^{\frac{1}{12}}\right)\left(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)$;

4) $\left(a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}\right) - a^{\frac{1}{6}}\left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{6}}\right)$.

295. Скоротити дріб:

1) $\frac{a + 6a^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{3}{4}} + 6}$; 4) $\frac{a^{1,5} - b^{1,5}}{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}$; 7) $\frac{a + 27}{a^{\frac{2}{3}} - 9}$;

2) $\frac{2m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{2}} - 4m^{\frac{1}{3}}}$; 5) $\frac{m^{2,5}n^{1,5} - m^{1,5}n^{2,5}}{m - 2m^{0,5}n^{0,5} + n}$; 8) $\frac{x - 16x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{4}} - 4x^{\frac{1}{2}}}$;

3) $\frac{a - b}{a^{0,5} + b^{0,5}}$; 6) $\frac{x - 5x^{\frac{1}{5}}}{x^{\frac{6}{5}} - 5x^{\frac{2}{5}}}$; 9) $\frac{12^{\frac{1}{3}} - 4^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}}}$.

296. Спростити вираз:

1) $\frac{a^{\frac{1}{3}} - 2a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}}{a - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{a^{\frac{5}{6}}b + ab^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{3}}}$;

2) $\frac{a + b}{a - b} - \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}$;

3) $\frac{x^{\frac{1}{8}} + 8}{x^{\frac{1}{4}} + 4x^{\frac{1}{8}}} - \frac{x^{\frac{1}{8}} + 1}{3x^{\frac{1}{8}} + 12} - \frac{6 - x^{\frac{1}{8}}}{3x^{\frac{1}{8}}}$;

4) $\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}} + \frac{y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}}\right) \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}}{xy^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y}$;

5) $\left(\dfrac{3m^{\frac{1}{10}}}{m^{\frac{1}{10}}+5}-\dfrac{8m^{\frac{1}{10}}}{m^{\frac{1}{5}}+10m^{\frac{1}{10}}+25}\right):\dfrac{3m^{\frac{1}{10}}+7}{m^{\frac{1}{5}}-25}+\dfrac{5m^{\frac{1}{10}}-25}{m^{\frac{1}{10}}+5}$.

Наближені обчислення

297. Округліть число:
1) 83 176 562 з точністю до тисяч;
2) 1 248 915 з точністю до сотень;
3) 53,42516 з точністю до тисячних;
4) 194,82943 з точністю до сотих.

298. В яких межах знаходиться число a, якщо:
1) $a = 61 \pm 2$; 3) $a = 7{,}1 \pm 0{,}2$;
2) $a = 4{,}8 \pm 0{,}3$; 4) $a = 16{,}37 \pm 0{,}18$?
Запишіть відповідь у вигляді подвійної нерівності.

299. Знайдіть границю абсолютної похибки наближеного значення:
1) 53; 2) 5,3; 3) 11,52; 4) 11,520.

300. Знайдіть границі абсолютної і відносної похибок наближеного значення:
1) 34; 2) 34,0; 3) 0,34.

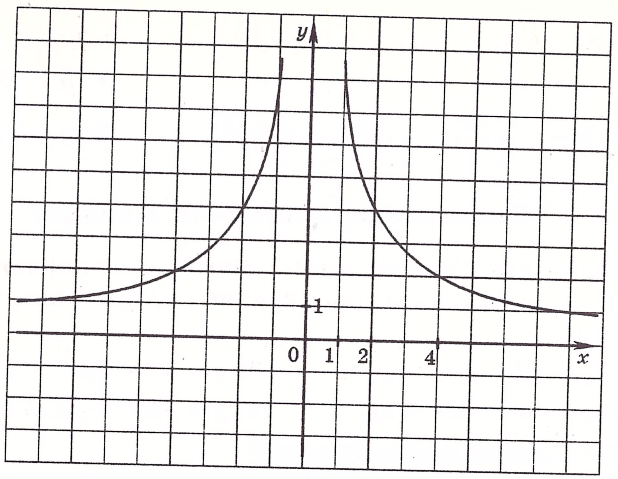
301. Знайдіть (з точним урахуванням похибок) суму, різницю, добуток і частку наближених значень:
1) $x = 5{,}26 \pm 0{,}04$ і $y = 1{,}47 \pm 0{,}03$;
2) $x = 8{,}48 \pm 0{,}02$ і $y = 4{,}4 \pm 0{,}1$.

302. Дано наближені значення $m = 4{,}31$ і $n = 1{,}6$. Знайдіть значення виразу:
1) $m + n$; 2) $m^2 - n^2$; 3) $3mn + n$.

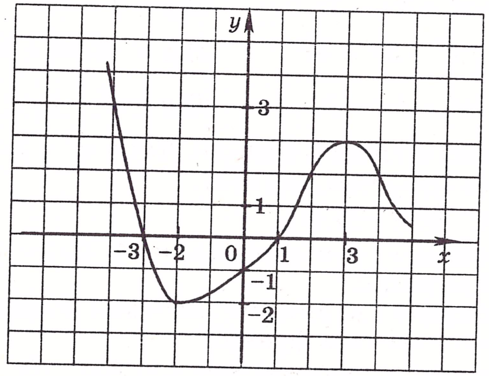
Перші відомості про статистику

303. Опитавши 20 дітей, які прийшли на сеанс до кінотеатру, про їх вік, склали таблицю:

12	14	15	12	16
13	14	16	15	14
14	15	15	16	14
12	13	15	16	14



в)



г)

Мал. 10 (продовження)

5) $y = \dfrac{12}{x+3}$; 7) $y = \dfrac{3x+12}{x}$;

6) $y = \dfrac{12}{x+1} + 1$; 8) $y = \dfrac{2x-16}{x-2}$.

81. Побудувати графік функції:
1) $y = \sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{x+2}$; 7) $y = 1 + \sqrt{x+1}$;
2) $y = \sqrt{x} + 1$; 5) $y = -\sqrt{x}$; 8) $y = 3 - \sqrt{x-2}$.
3) $y = \sqrt{x-2}$; 6) $y = -1 - \sqrt{x}$;

3) $\left(\frac{4m}{m^2 - m - 6} - \frac{10}{m^2 - 9}\right) : \frac{4m - 8}{m^2 + 5m + 6} - \frac{8{,}5 - m}{m - 3}$.

76. Розкласти на множники тричлен:

1) $x^2 + 5xy - 14y^2$;
3) $12m^2 + 5mn - 2n^2$.
2) $15a^2 + 14ab - 8b^2$;

77. Розв'язати рівняння:

1) $(a^2 - 4a - 5)\,x = a^2 - 25$;
2) $(3a^2 - 8a + 4)\,x = 3a^2 + a - 2$.

Перетворення графіків функцій

78. На мал. 10 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудувати графік функції:

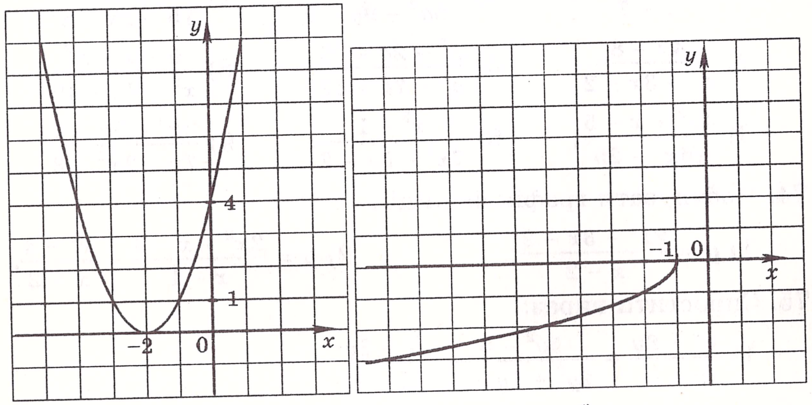
1) $y = f(x) + 3$;
3) $y = f(x + 1)$;
5) $y = -f(x)$;
2) $y = f(x) - 1$;
4) $y = f(x - 2)$;
6) $y = -1 - f(x)$.

79. Побудувати графік функції:

1) $y = x^2$;
5) $y = 1 - x^2$;
8) $y = (x - 1)^2 + 1$;
2) $y = x^2 - 1$;
6) $y = (x + 2)^2$;
9) $y = (x - 2)^2 - 2$;
3) $y = x^2 + 3$;
7) $y = (x - 3)^2$;
10) $y = -(x + 2)^2 + 1$;
4) $y = -x^2 - 2$.

80. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{12}{x}$; 2) $y = \frac{12}{x} - 2$; 3) $y = \frac{12}{x} + 3$; 4) $y = \frac{12}{x - 3}$;



а) *б)*

Мал. 10

Складіть частотну таблицю і побудуйте відповідну гістограму. Визначте частоту і відносну частоту кожного її значення.

304. Дано 30 чисел, з них число 6 зустрічається 10 разів, число 10 зустрічається 12 разів і число 15 — 8 разів. Знайдіть середнє арифметичне цих 30 чисел.

305. Знайдіть центральні тенденції виборки:

1) 6; 6; 8; 10; 11; 13; 14; 14; 15; 23;
2) 1,2; 1,4; 1,5; 1,5; 2,3; 4,4; 4,5.

Відсоткові розрахунки

306. Скільки кислоти міститься в 23 кг дев'ятивідсоткового розчину?

307. До магазину було завезено 200 кг яблук і груш. 30% завезених фруктів становили груші. Скільки кілограмів яблук було завезено до магазину?

308. За перший день турист пройшов 16 км, що становить 40% довжини всього шляху, який він мав подолати. Знайдіть довжину цього шляху.

309. Руда містить 70% заліза. Скільки треба взяти руди, щоб отримати 84 т заліза?

310. При сушінні яблука втрачають 84% своєї ваги. Скільки треба взяти свіжих яблук, щоб одержати 12 кг сушених?

311. В автопарку було 180 машин, з них 117 машин — вантажні. Скільки відсотків всіх машин становлять вантажівки?

312. Вартість деякого товару зросла зі 160 гривень до 164 гривень. На скільки відсотків зросла вартість товару?

313. Вартість деякого товару спочатку знизилась на 10%, а потім підвищилась на 10%. На скільки відсотків змінилась початкова ціна?

314. Вкладник поклав до банку 4000 гривень під 8% річних. Скільки грошей буде на його рахунку через 3 роки?

315. Підприємець взяв кредит у банку в розмірі 30 000 гривень під деякий відсоток річних. Через два роки він повернув в банк 43 200 гривень. Під який відсоток річних дає кредити цей банк?

Варіант 2

Числові нерівності та їх властивості

1. Дано: $m < n$. Порівняти:

   1) $m + 9$ і $n + 9$; 3) $2{,}7n$ і $2{,}7m$; 5) $-20m$ і $-20n$;

   2) $n - 3$ і $m - 3$; 4) $-n$ і $-m$; 6) $\frac{m}{8}$ і $\frac{n}{8}$.

2. Дано: $n < m$. Порівняти:

   1) $n - 5$ і m; 3) $-n + 4$ і $-m + 4$;

   2) $m + 6$ і n; 4) $n + 3$ і $m - 2$.

3. Порівняти m і 0, якщо:

   1) $9m < 7m$; 2) $\frac{m}{6} > \frac{m}{11}$; 3) $-4m < -13m$; 4) $-\frac{m}{30} < -\frac{m}{15}$.

4. Чи вірне твердження:

   1) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x + y > 16$;
   2) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x + y > 15$;
   3) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x + y > 17$;
   4) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $xy > 28$;
   5) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x - y > -12$;
   6) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $xy > 27$;
   7) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $2x + 3y > 46$;
   8) якщо $x < 2$ і $y > 14$, то $y - x > 12$;
   9) якщо $x < 2$ і $y < 14$, то $xy < 28$;
   10) якщо $0 < x < 2$ і $0 < y < 14$, то $xy < 28$;
   11) якщо $x > 2$, то $x^2 > 4$;
   12) якщо $x < 2$, то $x^2 < 4$;
   13) якщо $x > 2$, то $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$;
   14) якщо $x < 2$, то $\frac{1}{x} > \frac{1}{2}$?

3) $3x^2 + 13x - 5$; 6) $20x^2 - 12x + 1$;

4) $24x^2 - 71x + 35$; 7) $9x^2 + 30x + 25$;

5) $x^2 - 9x + 15$; 8) $2x^2 + 5x + 4$.

70. Довести, що:

1) $a^2 - 10a + 26 > 0$ при всіх значеннях a;

2) $6y - 9y^2 - 2 < 0$ при всіх значеннях y;

3) $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2y + 2 > 0$ при всіх значеннях x і y;

4) $25m^2 - 40m + 22 \geq 6$ при всіх значеннях m.

71. Розкласти на множники квадратний тричлен:

1) $b^2 - 15b + 14$; 5) $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$;

2) $-x^2 - 6x + 7$; 6) $n^2 - 7n - 8$;

3) $30y^2 - 10y - 100$; 7) $25x^2 - 80x + 64$;

4) $\frac{1}{3}y^2 - \frac{2}{9}y - \frac{1}{9}$; 8) $-6x^2 + 2x - 1$.

72. При яких значеннях a можна розкласти на лінійні множники квадратний тричлен:

1) $-2x^2 - 3x + a$; 3) $2x^2 - 3ax + 1$;

2) $ax^2 - x + 2$; 4) $(a - 2)x^2 - 2ax + 2$.

73. Скоротити дріб:

1) $\frac{x^2 - 8x + 7}{x - 7}$; 4) $\frac{25a^2 + 10a + 1}{5a^2 - 9a - 2}$; 7) $\frac{9 - x^2}{15 - 2x - x^2}$;

2) $\frac{4x - 8}{x^2 - 3x + 2}$; 5) $\frac{a^2 + 2a - 15}{a^2 - 7a + 12}$; 8) $\frac{6 - x - x^2}{x^2 - 7x + 10}$;

3) $\frac{4x^2 + x - 5}{16x^2 - 25}$; 6) $\frac{x^3 - 1}{7x^2 - 5x - 2}$; 9) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{7x - 2x^2 - 3}$.

74. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$; 2) $y = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} - \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

75. Спростити вираз:

1) $\frac{17 + 8y}{y + 4} + \frac{5y^2 - 5}{2y^2 + 7y - 4} \cdot \frac{1 - 2y}{y - 1}$;

2) $\frac{90 - y}{y^3 - 25y} : \left(\frac{y + 5}{4y^2 - 19y - 5} - \frac{25}{y^2 - 25}\right)$;

64. Знайти область визначення та побудувати графік функції:

1) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$; 3) $f(x) = \frac{2x + 6}{x^2 + 3x}$; 5) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2} - 1}{\sqrt{x+2} - 1}$.

2) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$; 4) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4}$;

65. Побудувати графік функції:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{якщо } x < -2, \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{якщо } -2 \le x < 4, \\ \frac{4}{x}, & \text{якщо } x \ge 4; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} 3 - x, & \text{якщо } x < -3, \\ x - 3, & \text{якщо } -3 \le x < 2, \\ -1, & \text{якщо } x \ge 2. \end{cases}$

66. Знайти, не виконуючи побудови, точки перетину графіка функції з осями координат:

1) $f(x) = \frac{2}{5}x - 3$; 4) $\varphi(x) = x^2 - 3x + 2$;

2) $g(x) = \frac{3x - 1}{x + 2}$; 5) $f(x) = 3x^2 - 7x + 4$;

3) $h(x) = x^2 - 9$; 6) $g(x) = \frac{x^2 - 5}{x^2 + 1}$.

67. Задати формулою лінійну функцію $f(x) = kx + b$, якщо $f(5) = 15$ і $f(7) = \frac{2}{3}$.

68. Знайти нулі функції:

1) $f(x) = 0{,}4x + 2$; 5) $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$;

2) $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$; 6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$;

3) $f(x) = \sqrt{x + 4}$; 7) $f(x) = (x + 1)\sqrt{x}$.

4) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$;

Квадратний тричлен і його корені. Розклад квадратного тричлена на множники

69. Знайти корені квадратного тричлена:

1) $x^2 - 18x + 17$; 2) $x^2 - 15x + 56$;

5. Дано: $x < 0$ і $y > 0$. Порівняти:

1) $x - y$ і 0; 3) $2y - 5x$ і x;

2) $x - y$ і y; 4) $\frac{1}{4x - 3y}$ і y.

6. Дано: $-5 < x < 1$. Оцінити значення виразу:

1) $7x$; 3) $x + 3$; 5) $-x$; 7) $3x - 2$;

2) $\frac{x}{3}$; 4) $x - 8$; 6) $-6x$; 8) $9 - 5x$.

7. Дано: $2 < x < 7$. Оцінити значення виразу $\frac{3}{x}$.

8. Дано: $-2 < x < 7$. Оцінити значення виразу $\frac{3}{x}$.

9. Відомо, що $2{,}4 < \sqrt{6} < 2{,}5$. Оцінити значення виразу:

1) $4\sqrt{6}$; 2) $-4\sqrt{6}$; 3) $7 - \sqrt{6}$; 4) $\frac{7 - \sqrt{6}}{3}$.

10. Дано: $3 < x < 8$ і $2 < y < 7$. Оцінити значення виразу:

1) $x + y$; 3) xy; 5) $2x + 5y$; 7) $\frac{5x}{6y}$;

2) $x - y$; 4) $\frac{x}{y}$; 6) $3x - 4y$; 8) $\frac{0{,}6x - 0{,}1y}{0{,}8x - 0{,}3y}$.

11. Оцінити середню лінію трапеції з основами x см і y см, якщо $9 < x < 13$; $8 < y < 15$.

12. Оцінити периметр і площу квадрата з стороною x см, якщо $12 < x < 20$.

Числові проміжки

13. Зобразити на координатній прямій проміжок:

1) $(-7; 1)$; 3) $[-6; 3)$; 5) $[-3; \infty)$; 7) $(-\infty; 0)$;

2) $[-1; 6]$; 4) $(-5; 2]$; 6) $(-1; \infty)$; 8) $(-\infty; 0]$.

14. Зобразити на координатній прямій і записати проміжок, що задається нерівністю:

1) $x > -2$; 4) $x \le 6$; 7) $-2{,}1 \le x < 5{,}2$;

2) $x < -3$; 5) $2 < x < 4$; 8) $-0{,}2 < x \le 3{,}3$.

3) $x \ge 3$; 6) $\frac{1}{4} \le x \le 2\frac{2}{3}$;

15. Записати всі цілі числа, які належать проміжку:

1) $[2; 7]$; 2) $(1{,}3; 5)$; 3) $[-2{,}3; 3{,}4]$; 4) $(-5{,}1; 1{,}4)$.

16. Знайти найменше ціле число, яке належить проміжку:

1) $[-6; -2]$; 2) $(3; 15]$; 3) $(-2{,}7; \infty)$; 4) $[9; \infty)$.

17. Показати на координатній прямій та записати переріз проміжків:

1) $[-5; 11]$ і $[6; 13]$; 4) $(-\infty; 4{,}1)$ і $(4{,}7; \infty)$;
2) $(3; 8]$ і $[3;10]$; 5) $[2; \infty)$ і $[5{,}6; \infty)$;
3) $(-\infty; 6{,}3)$ і $(2{,}5; \infty)$; 6) $[4; 13]$ і $[7{,}2; 11)$.

18. Показати на координатній прямій та записати об'єднання проміжків:

1) $[4; 9{,}3]$ і $[5; 11]$; 4) $(1; 5]$ і $(5; \infty)$;
2) $[2; 15)$ і $(-1; 15]$; 5) $(-\infty; 17)$ і $(9{,}1; \infty)$;
3) $(-\infty; 8)$ і $(6{,}7; 10)$; 6) $(-\infty; -3)$ і $(2; \infty)$.

Розв'язування нерівностей з однією змінною

19. Які з чисел $-7{,}5; 2; -1; \frac{1}{2}; 0$; є розв'язками нерівності:

1) $x \ge \frac{1}{2}$; 3) $3x > x + 5$; 5) $\sqrt{x-1} \ge 2$;
2) $x < 12$; 4) $x^2 - 36 < 0$; 6) $\frac{1}{x} \ge 1$?

20. Розв'язати нерівність:

1) $(x-2)^2 > 0$; 5) $\frac{x-2}{x-2} \ge 0$; 9) $\left(\frac{x-3}{x-4}\right)^2 > 0$;
2) $(x-2)^2 \le 0$; 6) $\frac{x-2}{x-2} > \frac{1}{4}$; 10) $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} + 2$.
3) $\frac{1}{(x-2)^2} + 3 > 0$; 7) $\frac{x-2}{x-2} \le 1$;
4) $\frac{x-2}{x-2} > 0$; 8) $\left(\frac{x-3}{x-4}\right)^2 \ge 0$;

21. Розв'язати нерівність:

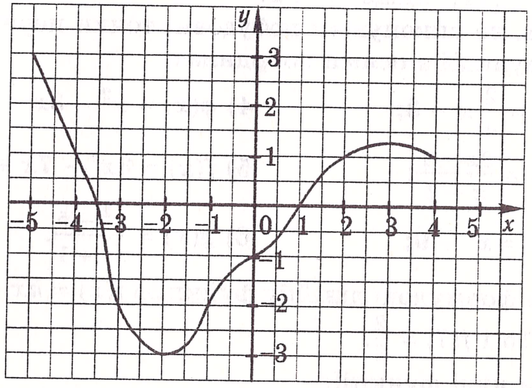
1) $2x > 10$; 5) $3{,}9x > 0$;
2) $-4x \le 16$; 6) $-6x \le 0$;
3) $\frac{1}{4}x > -3$; 7) $2\frac{3}{4}x \ge -3\frac{2}{3}$;
4) $-0{,}2x \le -2$; 8) $5x > 24 - x$;

60. Знайти область значень функції:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 2$; 6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - 1$;
2) $f(x) = \sqrt{x} - 3$; 7) $f(x) = \sqrt{-|x+1|}$;
3) $f(x) = 4 - x^2$; 8) $f(x) = \sqrt{x-8} - \sqrt{8-x}$;
4) $f(x) = x^2 + 1$; 9) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$;
5) $f(x) = |x| - 1$; 10) $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$.

61. На мал. 9 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-5; 4]$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(-4)$; $f(-3{,}5)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$;
2) значення x, при яких $f(x) = -2$; $f(x) = -1$; $f(x) = 1$; $f(x) = 0$;
3) найбільше і найменше значення функції;
4) область значень функції.



Мал. 9

62. Функцію задано формулою $f(x) = -x^2 + 3$, де $-4 \le x \le 2$.

1) Скласти таблицю значень функції з кроком 1.
2) Побудувати графік функції, користуючись складеною таблицею.
3) Користуючись графіком, знайти, при яких значеннях аргумента $f(x) > 0$.

63. Побудувати графік функції:

1) $f(x) = 3x + 2$; 3) $f(x) = -4x$; 5) $f(x) = \frac{12}{x}$;
2) $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x$; 4) $f(x) = -3$; 6) $f(x) = -\frac{6}{x}$.

Функції та їх властивості

55. Функцію задано формулою $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 4x$. Знайти:

1) $f(-3)$; 2) $f(0)$; 3) $f(3)$; 4) $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

56. Дано функції $f(x) = x - \frac{2}{x}$ і $g(x) = 2x + 1$. Порівняти:

1) $f(1)$ і $g(-1)$; 2) $f(2)$ і $g(0)$; 3) $f(-2)$ і $g(1)$.

57. Дано функцію

$$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{якщо } x < -1, \\ x^2 - 3, & \text{якщо } -1 \le x < 2, \\ 2x - 3, & \text{якщо } x \ge 2. \end{cases}$$

Знайти: 1) $f(-1{,}001)$; 2) $f(-1)$; 3) $f(0)$; 4) $f(3)$.

58. Знайти область визначення функції, заданої формулою:

1) $f(x) = 3x + 5$;
2) $f(x) = \frac{-7}{x+8}$;
3) $f(x) = \frac{x-2}{-3}$;
4) $f(x) = \frac{3x+6}{2x-1}$;
5) $f(x) = \sqrt{5-x}$;
6) $f(x) = \frac{-3}{\sqrt{x+2}}$;
7) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-6}$;
8) $f(x) = \frac{3}{x^2+9}$;
9) $f(x) = \frac{5x+4}{4x^2-x}$;
10) $f(x) = \frac{x}{|x|-2}$;
11) $f(x) = \frac{x-2}{|x|+4}$;
12) $f(x) = \frac{5}{x^2-|x|}$;
13) $f(x) = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$;
14) $f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{x-5}{2x+1}$;
15) $f(x) = \sqrt{5-x} - \sqrt{x-5}$;
16) $f(x) = \sqrt{x-5} - \frac{3}{\sqrt{4-x}}$;
17) $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{x+2}{x^2-9}$;
18) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+4}} - \frac{3x-1}{x^2-x-6}$.

59. При якому значенні x значення функції $g(x) = \frac{x^2+2}{x+1}$ дорівнює: 1) 2; 2) 3; 3) -2?

9) $9x + 5 \le 31 - 4x$;
10) $7 - 4x < 6x - 23$;
11) $4{,}7 - 2{,}3x \le 1{,}2x - 9{,}3$;
12) $\frac{4}{9}x + 7 < \frac{1}{3}x + 2$.

22. Розв'язати нерівність:

1) $4(x - 3) > x + 6$;
2) $0{,}3(8 - 3y) \le 3{,}2 - 0{,}8(y - 7)$;
3) $\frac{5}{6}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}\right) \ge 3x + 3\frac{1}{3}$;
4) $2x(2x + 1) - 5(x^2 - 3x) < x(2 - x) + 3$;
5) $\frac{x-5}{4} - \frac{x+1}{3} > 2$;
6) $\frac{x+4}{3} - \frac{x+2}{6} \le 4$;
7) $\frac{5x-2}{4} - \frac{3-x}{5} > \frac{1-x}{10}$;
8) $(x + 4)(x - 2) - (x + 5)(x + 3) \le -8x$;
9) $(3x + 1)^2 - (x + 2)(4x - 1) > 5(x - 1)^2 + 6x$;
10) $3x(5 + 12x) - (6x - 1)(6x + 1) \ge 10x$.

23. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності:

1) $x - 4 < 3x + 9$;
2) $18x^2 - (3x - 2)(6x + 5) \le 20$;
3) $(3x + 2)^2 - (9x - 1)(x + 1) \ge 17$;
4) $(x - 3)(x + 3) > 2(x - 2)^2 - x(x + 1)$.

24. Розв'язати нерівність:

1) $5x + 7 > 3(2x - 5) - x$;
2) $4{,}5(2 - x) \ge 5{,}4 - 3(1{,}5x - 1{,}2)$;
3) $8x + (x - 3)(x + 3) \ge (x + 4)^2$;
4) $3x(x - 3) - (3x + 1)(x + 4) > 2 - 2(11x + 3)$.

25. При яких значеннях x має зміст вираз:

1) $\sqrt{3x-5}$;
2) $\sqrt{4-13x}$;
3) $\frac{2}{\sqrt{7x+35}}$;
4) $\sqrt{x+9} + \frac{1}{x-4}$;
5) $\sqrt{9-15x} + \frac{3}{x^2-1}$;
6) $\frac{4}{\sqrt{2x+18}} + \frac{1}{|x|-2}$?

26. При яких значеннях a рівняння має два різних дійсних кореня:

1) $x^2 - 3x + 5a = 0$;
2) $(a + 3)x^2 - (2a - 1)x + a = 0$;

3) $(a-5)x^2-2(a-6)x+a-4=0$;

4) $x^2+2(a-1)x+2a^2+4a+10=0$?

27. При яких значеннях b рівняння має додатний корінь:

1) $4x+5=3b$; 3) $(b+3)x=b^2-9$;

2) $(b+5)x=2$; 4) $(5b^2+7b)x=b$?

28. Розв'язати нерівність:

1) $(a+2)x>0$; 5) $a+2x\ge 3-ax$;

2) $(a+2)x<3$; 6) $3(a-x)<9-ax$;

3) $(a+2)x\ge a+2$; 7) $(a-3)x>a^2-9$;

4) $(a+2)^2x\le 0$; 8) $(a+2)x\le a^2-4$.

29. Відношення кількості хлопчиків до кількості дівчат, що вчаться в школі, дорівнює 5:4. Яка найменша кількість може бути хлопчиків, якщо всіх учнів у школі не менше 600?

30. Довжини сторін трикутника виражаються цілими числами. Дві сторони мають довжини 11 см і 15 см. Якого найменшого значення може набувати довжина третьої сторони?

31. Сума трьох послідовних непарних натуральних чисел не перевищує 139. Знайти найбільше значення, якого може набувати третє число з цієї трійки чисел.

Системи нерівностей з однією змінною

32. Чи є числа –5; 3,5; 8 розв'язками системи:

1) $\begin{cases} x>-7, \\ x<12; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x-2>x+4, \\ 7x-4>x+3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x\le 6, \\ x\ge 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 4-3x>1, \\ 6-3x<-13? \end{cases}$

33. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} -4x>16, \\ -3x>4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x-3\ge x+6, \\ 5x+1\ge 6x-11; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 0{,}4(x-2)\le 0{,}6x+1, \\ 5x+3>4(x+1{,}25); \end{cases}$

49. Розв'язати нерівність:

1) $|x|>2$; 3) $|0{,}6x+3|\ge 2$;

2) $|x+3|\ge 4{,}3$; 4) $|13-5x|>9$.

50. Розв'язати рівняння:

1) $|x+2|-x=3$; 4) $|x+2|+|x-5|=7$;

2) $|x-5|+x=7$; 5) $|x-1|-|x-7|=8$;

3) $|x+1|+|x-4|=6$; 6) $|3x+1|-|x-4|=2x-3$.

51. Розв'язати нерівність:

1) $|x+4|+2x\ge 7$; 4) $|x+4|+|x-2|>6$;

2) $|x-3|-2x<9$; 5) $|x+3{,}5|-|x-2{,}5|\le 5$;

3) $|x+5|+|x-3|\le 8$; 6) $|4x+3|-|x-2|>3$.

Доведення нерівностей

52. Довести, що при будь-якому значенні змінної правильна нерівність:

1) $(a-6)(a+4)<(a+2)(a-4)$;

2) $(a-4)^2-3>(a-6)(a-2)$;

3) $(3a-2)(2a+4)-(2a-3)^2\ge 4(5a-4)-1$;

4) $a(a-2)>6(a-3)$.

53. Довести, що:

1) $x^2-4x+y^2+2y+5\ge 0$ при всіх дійсних значеннях x і y;

2) $a^3-b^3\ge ab(b-a)$, якщо $a\ge b$;

3) $m^3-2m^2+m-2\ge 0$, якщо $m\ge 2$;

4) $\dfrac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}}\ge 2$ при всіх дійсних значеннях a;

5) $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}>-2$, якщо $a<0$ і $b<0$;

6) $17y^2-40xy+25x^2-4y+4\ge 0$ при всіх дійсних значеннях x і y.

54. Довести, що:

1) $(a+2b)\left(\dfrac{1}{2a}+\dfrac{1}{b}\right)\ge 4$, якщо $a>0$ і $b>0$;

2) $(a+2)(b+8)(c+4)\ge 64\sqrt{abc}$, якщо $a\ge 0$, $b\ge 0$, $c\ge 0$.

5) $2 < \frac{4x+3}{3} \le 3$; 6) $2{,}5 < \frac{2-5x}{3} < 4{,}5$.

39. Скільки цілих розв'язків має нерівність:

1) $-5 \le 3x - 2 \le -2$; 2) $-9 \le 6x - 7 \le -4$?

40. При яких значеннях x значення функції $y = x\,(1-\sqrt{2})$ належать проміжку $[3 - 3\sqrt{2};\ 4 - 4\sqrt{2}]$?

41. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x < 7, \\ x > 5, \\ x < 6{,}3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - 5 > 11, \\ 4 - 5x < -2, \\ 3x - 2 > 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 0{,}3 - 2x \ge 1{,}5, \\ 3{,}5x - 4 < 10, \\ 2{,}6x + 7 < 1{,}1x + 1. \end{cases}$

42. При яких значеннях a обидва корені рівняння $x^2 - (a+1)\,x - 2a^2 - a = 0$ менші від числа 5?

43. При яких значеннях a обидва корені рівняння $x^2 - 4ax + 3a^2 + 2a - 1 = 0$ належать проміжку $[3;\ 10]$?

44. При яких значеннях a один з коренів рівняння $3x^2 - (7a+2)\,x + 2a^2 + 4a = 0$ менший від 0, а другий — більший за 1?

45. Число десятків двоцифрового числа на 2 менше від числа одиниць. Знайти це число, якщо відомо, що воно більше за 46 і менше від 67.

46. Якщо до деякого цілого числа додати 7 і цю суму розділити на 3, то одержане число буде більше за 5. Якщо від цього числа відняти 2 і цю різницю розділити на 4, то одержане число буде менше від 2. Знайти дане число.

47. Біля будинку посаджено липи та берези, причому їх загальна кількість не менша, ніж 14. Якщо збільшити вдвоє кількість лип, а кількість берез збільшити на 18, то берез буде більше, ніж лип. Якщо ж збільшити в два рази кількість берез, залишивши незмінною кількість лип, то лип все одно буде більше, ніж берез. Скільки лип і скільки берез було посаджено?

48. Розв'язати нерівність:

1) $|x| < 5$; 3) $|5x - 4| \le 3$;

2) $|x + 1| \le 3{,}1$; 4) $|18 - 7x| < 4$.

4) $\begin{cases} x\,(x+3) > (x+1)\,(x-2) - 1, \\ (2x+1)\,(x+2) - (x-2)\,(x-4) < x^2; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{2x-1}{4} - \frac{4-x}{2} > \frac{3}{4}, \\ \frac{x-1}{2} < \frac{2-x}{3} + \frac{1}{2}; \end{cases}$

6) $\begin{cases} (2x+1)^2 + 2x \le (2x-1)\,(2x+1) - 4, \\ \frac{2x-1}{2} \ge \frac{x-5}{4} - \frac{x+1}{8}. \end{cases}$

34. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} 8x - 9 < 5x - 7, \\ 2 - x > 3 - 4x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 12x + 23 \ge 3x - 4, \\ 5x + 2 \ge 8x - 6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{3x+2}{2} - 2 \ge 4x, \\ (x+5)\,(x-3) \ge x\,(x-1) - 19; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 6x - 2 > 4x + 5, \\ 8x - 1 \le 2x + 11. \end{cases}$

35. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} 4\,(x-1) - 3\,(x+1) < x, \\ 0{,}5\,(x+2) \le 2\,(x+1{,}5) - 4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x + 6 < 3\,(x+2) + 2\,(x-1), \\ x\,(x-8) - 2 > (x+7)\,(x-2). \end{cases}$

36. При яких значеннях змінної має зміст вираз:

1) $\sqrt{3x-10} + \sqrt{4x-11}$; 3) $\sqrt{5x-45} + \sqrt{8-x}$;

2) $\sqrt{4x+5} + \frac{1}{\sqrt{11-2x}}$; 4) $\frac{3}{\sqrt{8-5x}} + \frac{1}{x^2+2x}$?

37. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x < -4, \\ x < a; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 4, \\ x < a. \end{cases}$

38. Розв'язати нерівність:

1) $-4 < x - 9 < 5$; 3) $0{,}8 < 1 - 3x < 3{,}7$;

2) $-2{,}6 < 5x - 2 < 3$; 4) $2 < \frac{x}{3} + 1 < 2{,}1$;

5) $3 \le \frac{5x+2}{4} \le 4$; 6) $0,3 \le \frac{3-2x}{6} \le 0,5$.

39. Скільки цілих розв'язків має нерівність:

1) $-4 \le 2x - 5 \le 6$; 2) $-2 \le 4 - 11x \le 7$?

40. При яких значеннях x значення функції $y = x\,(1-\sqrt{5})$ належать проміжку $[2 - 2\sqrt{5};\ 4 - 4\sqrt{5}]$?

41. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x < 9, \\ x > 6, \\ x < 7{,}4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 2 > 13, \\ 5 - 2x < 8, \\ 6x - 5 > 3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 0{,}3 - 5x \ge 2{,}8, \\ 4{,}5x + 1 \ge 10, \\ 2{,}2x - 1 < 2x - 1{,}3. \end{cases}$

42. При яких значеннях a обидва корені рівняння $x^2 - (3a+2)\,x + 8a - 4a^2 = 0$ більші за число -7?

43. При яких значеннях a обидва корені рівняння $x^2 - (5a-2)\,x + 6a^2 - 4a = 0$ належать проміжку $[4;\ 7]$?

44. При яких значеннях a один з коренів рівняння $2x^2 - (3a+5)\,x + a^2 + 2a - 3 = 0$ менший від 3, а другий — більший за 5?

45. Число одиниць двоцифрового числа на 2 менше від числа десятків. Знайти це число, якщо відомо, що воно більше за 54 і менше від 73.

46. Якщо від деякого цілого числа відняти 2 і цю різницю розділити на 4, то одержане число буде більшим за одиницю. Якщо до цього ж числа додати 6 і суму розділити на 7, то одержане число буде меншим від 2. Знайти дане число.

47. Два автогосподарства відправили декілька машин для перевезення вантажів. Число машин, відправлених з другого автогосподарства, менше від подвоєного числа машин, відправлених з першого. Коли б перше господарство послало на дві машини більше, а друге — на дві менше, то машин з другого автогосподарства було б більше, ніж машин з першого. Скільки машин відправлено з кожного автогосподарства, якщо всього було відправлено не менше 18 машин?

48. Розв'язати нерівність:

1) $|x| < 7$; 3) $|7x - 5| \le 3$;

2) $|x - 1| \le 3{,}8$; 4) $|5 - 4x| < 6$.

4) $\begin{cases} (x+1)(x+2) - (x-1)(x+1) < 4, \\ (x+6)(x-2) > x\,(x+2) - 13; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{3x+5}{4} < \frac{x+1}{2} + \frac{1}{2}, \\ \frac{x-4}{2} > \frac{2-x}{3} - 1; \end{cases}$

6) $\begin{cases} (3x+1)^2 - 4x \ge (3x-1)(3x+1) + 5, \\ \frac{3x-1}{2} - \frac{x}{4} \le 4 - x. \end{cases}$

34. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} 5x - 13 < 2x + 7, \\ 4 - x > 6 - 3x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x + 17 \ge x - 4, \\ 3x + 2 \ge 7x + 18; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{7x+1}{2} + 3 \ge 4x, \\ (x+5)(x-3) \ge (x-1)(x-2) + 3; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 7x - 2 > x + 23, \\ 6x - 1 \le 4x + 7. \end{cases}$

35. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} 3\,(x-2) > 2\,(x-1) + x - 6, \\ 0{,}3\,(x-1) \le 2\,(x+1{,}2) - 1{,}4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2\,(3x+1) < 6\,(x-2) - 1, \\ 3 - \frac{4x-5}{9} < 7x. \end{cases}$

36. При яких значеннях змінної має зміст вираз:

1) $\sqrt{5x-11} + \sqrt{2x-7}$; 3) $\sqrt{3x-8} + \sqrt{1-x}$;

2) $\sqrt{3x+5} + \frac{1}{\sqrt{8-5x}}$; 4) $\frac{5}{\sqrt{12-11x}} - \frac{2}{x^2+x}$?

37. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x > 5, \\ x < a; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < -1, \\ x < -a. \end{cases}$

38. Розв'язати нерівність:

1) $-1 < x - 3 < 7$; 3) $0{,}2 \le 7 - 4x \le 1{,}4$;

2) $-2{,}4 \le 4x + 0{,}8 \le 4$; 4) $3 < \frac{x}{5} - 2 < 3$;

3) $(a + 1)x^2 - (2a + 5)x + a + 3 = 0$;

4) $x^2 - 2ax + 2a^2 - 2a + 1 = 0$?

27. При яких значеннях b рівняння має від'ємний корінь:

1) $3x - 4 = 2b$;
2) $(b + 1)x = 7$;
3) $(b + 4)x = b^2 - 16$;
4) $(3b^2 + 8b)x = b$?

28. Розв'язати нерівність:

1) $(a - 1)x > 0$;
2) $(a - 1)x < 2$;
3) $(a - 1)x \geq a - 1$;
4) $(a - 1)^2 x \leq 0$;
5) $a - 2x < 1 + ax$;
6) $2(a - 2x) < 8 - ax$;
7) $(a - 4)x > a^2 - 16$;
8) $(a + 4)x \leq a^2 - 16$.

29. В лісі росли дуби, берези і клени, відношення кількості яких дорівнює 3:5:4 відповідно. Яка може бути найбільша кількість дубів, якщо всього дерев не більше 1000?

30. Довжини сторін трикутника виражаються цілими числами. Дві сторони мають довжини 9 см і 12 см. Якого найбільшого значення може набувати довжина третьої сторони?

31. Сума трьох послідовних натуральних парних чисел не перевищує 98. Якого найбільшого значення може набувати друге число з цієї трійки чисел?

Системи нерівностей з однією змінною

32. Чи є числа –3; 2,5; 6 розв'язками системи:

1) $\begin{cases} x > -5, \\ x < 9; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x \geq -3, \\ x \leq 5; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 4x - 5 > 2x + 7, \\ 5x - 1 > 3 - x; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2 - 5x > 3, \\ 3 - 2x < 4? \end{cases}$

33. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} -3x > 9, \\ 4x < 1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 7x - 3 \geq 2(x - 6), \\ x + 5 \geq 3x - 11; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 0{,}2(x - 4) \leq 0{,}3x + 2, \\ 3(x + 1) > x + 5; \end{cases}$

49. Розв'язати нерівність:

1) $|x| > 9$;
2) $|x - 4| \geq 3{,}2$;
3) $|0{,}4x + 3| \geq 2$;
4) $|7 - 8x| > 9$.

50. Розв'язати рівняння:

1) $|x - 2| + x = 8$;
2) $|x + 2| - x = 6$;
3) $|x| + |x - 3| = 4$;
4) $|x - 2| + |x + 3| = 5$;
5) $|x| - |x - 3| = 4$;
6) $|2x - 6| - |x + 4| = 4x + 10$.

51. Розв'язати нерівність:

1) $|x + 3| + 4x \geq 6$;
2) $|x - 4| - 5x < 12$;
3) $|x + 3| + |x - 3| \leq 6$;
4) $|x + 2| + |x - 3| > 4$;
5) $|x + 2{,}2| - |x - 1{,}8| \leq 4$;
6) $|3x + 16| - |2x - 14| > 8$.

Доведення нерівностей

52. Довести, що при будь-якому значенні змінної правильна нерівність:

1) $(a + 6)(a - 9) > (a + 11)(a - 14)$;
2) $(a - 10)^2 - 12 < (a - 7)(a - 13)$;
3) $(4a - 1)(4a + 1) - (5a - 7)^2 < 14(5a - 1)$;
4) $a(a - 10) > 4(a - 13)$.

53. Довести, що:

1) $x^2 + 9y^2 + 2x + 6y + 2 \geq 0$ при всіх дійсних значеннях x і y;
2) $x^2(x - y) \geq y^2(x - y)$, якщо $x \geq 0$ і $y \geq 0$;
3) $a^3 - 8 > 3a - 6$, якщо $a > 2$;
4) $\dfrac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1} \geq 2$ при всіх дійсних значеннях x;
5) $\dfrac{8x}{y} + \dfrac{y}{2x} \geq 4$, якщо $xy > 0$;
6) $x^2 + 10y^2 + 6xy - 8y + 16 \geq 0$ при всіх дійсних значеннях x і y.

54. Довести, що:

1) $\left(x + \dfrac{1}{y}\right)\left(y + \dfrac{1}{x}\right) \geq 4$, якщо $x > 0$, $y > 0$;
2) $(x + 1)(y + 2)(z + 8) \geq 32\sqrt{xyz}$, якщо $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

55. Функцію задано формулою $g(x) = 2x - \frac{1}{3}x^2$. Знайти:

1) $g(-1)$; 2) $g(0)$; 3) $g(-3)$; 4) $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

56. Дано функції $h(x) = 2x - \frac{6}{x}$ і $g(x) = 4x - 3$. Порівняти:

1) $h(-1)$ і $g(0)$; 2) $h(2)$ і $g\left(-\frac{1}{2}\right)$; 3) $h(3)$ і $g(2)$.

57. Дано функцію

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \le -3, \\ 2x + 7, & \text{якщо } -3 < x \le -1, \\ 2x^2 + 3, & \text{якщо } x > -1. \end{cases}$$

Знайти: 1) $f(-3{,}01)$; 2) $f(-3)$; 3) $f(-2{,}5)$; 4) $f(0)$.

58. Знайти область визначення функції, заданої формулою:

1) $f(x) = 2x - 17$;

2) $f(x) = \frac{-3}{x+2}$;

3) $f(x) = \frac{x-7}{2}$;

4) $f(x) = \frac{x-3}{2x+3}$;

5) $f(x) = \sqrt{3+x}$;

6) $f(x) = \frac{-2}{\sqrt{x-3}}$;

7) $f(x) = \frac{x}{x^2-3}$;

8) $f(x) = \frac{16}{x^2+16}$;

9) $f(x) = \frac{6x+19}{3x+x^2}$;

10) $f(x) = \frac{x+3}{|x|-5}$;

11) $f(x) = \frac{-4}{|x|+6}$;

12) $f(x) = \frac{17}{|x|-x^2}$;

13) $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}$;

14) $f(x) = \sqrt{2-x} - \frac{x-3}{x+5}$;

15) $f(x) = \sqrt{x-4} - \sqrt{4-x}$;

16) $f(x) = \sqrt{x-3} - \frac{x-2}{\sqrt{2-x}}$;

17) $f(x) = \sqrt{x-4} + \frac{x-12}{x^2-16}$;

18) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+5}} + \frac{2x-3}{x^2-x-12}$.

59. При якому значенні x значення функції $f(x) = \frac{x^2+7}{x+1}$ дорівнює: 1) 4; 2) 6; 3) −1?

22. Розв'язати нерівність:

1) $9 - 7(x+3) \ge 5 - 6x$;

2) $0{,}4(6-4x) < 0{,}5(7-3x) - 1{,}9$;

3) $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right) > 3x - 11\frac{1}{2}$;

4) $3x(x+1) - 2x(5x+3) < 7x(2-x) + 4$;

5) $\frac{x-3}{4} + \frac{x}{3} \ge 2$;

6) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-4}{7} < 1$;

7) $\frac{5x-2}{3} + \frac{2x-1}{5} \le \frac{4-x}{4}$;

8) $8(x^2-1) - 3x(x+2) > 5x^2 - 6x - 5$;

9) $(4x+5)^2 + (3-2x)(8x+1) > 7$;

10) $x(x+2)(6-x) < 14 - x(x-2)^2$.

23. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності:

1) $5(x-4) > x + 8$;

2) $3{,}6 + 5y \ge 7(1{,}2 - y)$;

3) $2x(3x-4) - 3x(2x+5) < 7$;

4) $(x+7)^2 - (x-2)^2 \ge -15$.

24. Розв'язати нерівність:

1) $5x - 2 > 3(3x-1) - 4x - 4$;

2) $2(1{,}3x-4) - 5(1-3{,}2x) \ge 3(6{,}2x-4) - 1$;

3) $(2x+3)^2 - x(2x-1) \ge 2x(x+6) + 10 + x$;

4) $-3x(x+2) + (x+2)(4-x) < 9 - (2x+1)^2$.

25. При яких значеннях x має зміст вираз:

1) $\sqrt{5x-3}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{2-3x}}$; 5) $\sqrt{7x-9} - \frac{3}{x^2-16}$;

2) $\sqrt{1-4x}$; 4) $\sqrt{x-3} + \frac{2}{x-7}$; 6) $\frac{3}{\sqrt{3x+4}} + \frac{1}{|x|-3}$?

26. При яких значеннях a рівняння не має коренів:

1) $x^2 - 8x - 3a = 0$;

2) $(a+2)x^2 - 2(a-4)x + a + 1 = 0$;

16. Знайти найменше ціле число, яке належить проміжку:

1) $(-7; 3]$; 2) $[3; 8)$; 3) $(-12{,}8; \infty)$; 4) $[7; \infty)$.

17. Показати на координатній прямій та записати переріз проміжків:

1) $(0; 5)$ і $[-2; 3)$;
2) $[3; 6]$ і $(3; 6)$;
3) $(-\infty; 2)$ і $[0; \infty)$;
4) $(-\infty; -2{,}8)$ і $[-2{,}8; \infty)$;
5) $[6; \infty)$ і $(6; \infty)$;
6) $(3; \infty)$ і $(3{,}1; \infty)$.

18. Показати на координатній прямій та записати об'єднання проміжків:

1) $[2; 3]$ і $[3; 7]$;
2) $[2; 3]$ і $(3; 7]$;
3) $[2; 3)$ і $(3; 7]$;
4) $[-2{,}5; 5)$ і $(-1; 5]$;
5) $(-\infty; 2]$ і $(-4; 6)$;
6) $(-\infty; 7)$ і $(5; \infty)$.

Розв'язування нерівностей з однією змінною

19. Які з чисел -3; $-\frac{2}{3}$; 0; 4; $0{,}8$ є розв'язками нерівності:

1) $x > -0{,}8$;
2) $x \le 4$;
3) $3x - 1 > 2x + 3$;
4) $x^2 \le 0$;
5) $\sqrt{x} > -2$;
6) $\frac{1}{x} > 1$?

20. Розв'язати нерівність:

1) $|x| > 0$;
2) $|x| \ge 0$;
3) $|x| < 0$;
4) $|x| \le 0$;
5) $|x| > -2$;
6) $\left|\frac{1}{x}\right| > -2$;
7) $|x| \ge -x^2$;
8) $|x| > -x^2$;
9) $|x| > x$;
10) $|x| > -x$.

21. Розв'язати нерівність:

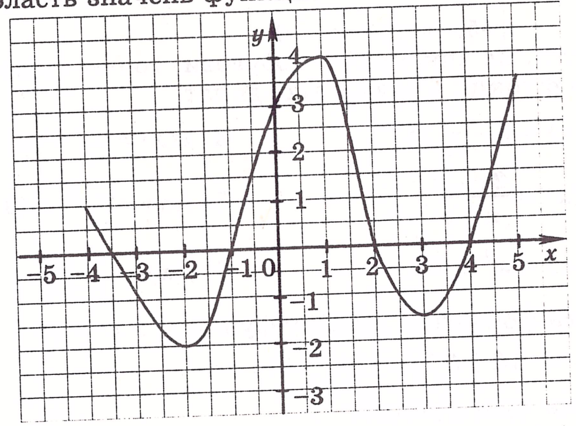
1) $2x > -6$;
2) $-5x \le 20$;
3) $-\frac{2}{3}x > -4$;
4) $-0{,}2x \le 2$;
5) $8{,}7x \ge 0$;
6) $-3x \ge 0$;
7) $2\frac{2}{3}x > \frac{9}{16}$;
8) $3x + 1 > 4x - 6$;
9) $5x + 8 \le 2 - 3x$;
10) $5 - 4x \ge 3x + 8$;
11) $2{,}3x - 0{,}8 < 1 - 0{,}4x$;
12) $\frac{2}{3}x + 12 > -\frac{1}{6}x + 9$.

60. Знайти область значень функції:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 3$;
2) $f(x) = \sqrt{x} - 1$;
3) $f(x) = 2 - x^2$;
4) $f(x) = x^2 + 3$;
5) $f(x) = |x| + 1$;
6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 3$;
7) $f(x) = \sqrt{-|x|}$;
8) $f(x) = \sqrt{x - 1} + \sqrt{1 - x}$;
9) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$;
10) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$.

61. На мал. 5 зображено графік деякої функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 5]$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(-4{,}5)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1{,}5)$; $f(3)$; $f(4{,}5)$;
2) значення x, при яких $f(x) = -1{,}5$; $f(x) = 1{,}5$; $f(x) = 2{,}5$; $f(x) = 0$;
3) найбільше і найменше значення функції;
4) область значень функції.



Мал. 5

62. Функцію задано формулою $f(x) = -x^2 + 1$, де $-2 \le x \le 3$.

1) Скласти таблицю значень функції з кроком 1.
2) Побудувати графік функції, користуючись складеною таблицею.
3) Користуючись графіком, знайти, при яких значеннях аргумента $f(x) > 0$.

63. Побудувати графік функції:

1) $f(x) = 2x - 1$;
2) $f(x) = 5 + \frac{1}{3}x$;
3) $f(x) = -3x$;
4) $f(x) = -2$;
5) $f(x) = \frac{6}{x}$;
6) $f(x) = -\frac{4}{x}$.

64. Знайти область визначення та побудувати графік функції:

1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$; 3) $f(x) = \frac{3x - 9}{x^2 - 3x}$; 5) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$.

2) $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{2 - x}$; 4) $f(x) = \frac{|x| - 1}{|x| - 1}$;

65. Побудувати графік функції:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{12}{x}, & \text{якщо } x \le -4, \\ \frac{3}{4}x, & \text{якщо } -4 < x < 4, \\ \frac{12}{x}, & \text{якщо } x \ge 4; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & \text{якщо } x \le -2, \\ -\frac{1}{2}x - 3, & \text{якщо } -2 < x < 0, \\ -5, & \text{якщо } x \ge 0. \end{cases}$

66. Знайти, не виконуючи побудови, точки перетину графіка функції з осями координат:

1) $f(x) = 3 - \frac{1}{4}x$; 4) $g(x) = x^2 - 4x + 3$;

2) $h(x) = \frac{2x + 3}{x - 3}$; 5) $f(x) = 3x^2 + 11x - 4$;

3) $\varphi(x) = x^2 - 25$; 6) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$.

67. Задати формулою лінійну функцію $f(x) = kx + b$, якщо $f(10) = -15$ і $f(7) = -15\frac{3}{5}$.

68. Знайти нулі функції:

1) $f(x) = -0{,}2x + 5$; 5) $f(x) = \sqrt{|x| - 2}$;

2) $f(x) = 5x^2 - 6x + 1$; 6) $f(x) = \sqrt{|x| + 1}$;

3) $f(x) = \sqrt{3 - x}$; 7) $f(x) = (x - 2)\sqrt{x - 3}$.

4) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$;

Квадратний тричлен і його корені. Розклад квадратного тричлена на множники

69. Знайти корені квадратного тричлена:

1) $x^2 + 3x - 10$; 2) $x^2 - 13x + 40$;

5. Дано: $a < 0$ і $b > 0$. Порівняти:

1) $a - b$ і 0; 3) $3a - 2b$ і b;

2) $b - a$ і $-b$; 4) $\frac{1}{a - 5b}$ і $\frac{1}{b}$.

6. Дано: $-3 < a < 2$. Оцінити значення виразу:

1) $3a$; 3) $a + 10$; 5) $-5a$; 7) $3a - 1$;

2) $\frac{a}{2}$; 4) $a - 2$; 6) $-\frac{a}{3}$; 8) $3 - 4a$.

7. Дано: $-5 < a < -3$. Оцінити значення виразу $\frac{1}{a}$.

8. Дано: $-1 < a < 2$. Оцінити значення виразу $\frac{1}{a}$.

9. Відомо, що $3{,}14 < \pi < 3{,}15$. Оцінити значення виразу:

1) 2π; 2) -3π; 3) $4 - \pi$; 4) $\frac{\pi - 3}{2}$.

10. Дано: $2 < a < 5$ і $1 < b < 3$. Оцінити значення виразу:

1) $a + b$; 3) ab; 5) $3a + 2b$; 7) $\frac{2b}{5a}$;

2) $b - a$; 4) $\frac{b}{a}$; 6) $4a - 3b$; 8) $\frac{0{,}4a - 0{,}2b}{0{,}7a - 0{,}3b}$.

11. Оцінити периметр рівнобічної трапеції з основами a см і b см та бічною стороною c см, якщо $9 < a < 12$; $10 < b < 14$; $2 < c < 4$.

12. Оцінити довжину кола і площу круга з радіусом r см, якщо $3 < r < 4$ (число π округлити до десятих).

Числові проміжки

13. Зобразити на координатній прямій проміжок:

1) $(-2; 1)$; 3) $[-2; 1)$; 5) $[-2; \infty)$; 7) $(-\infty; -2)$;

2) $[-2; 1]$; 4) $(-2; 1]$; 6) $(-2; \infty)$; 8) $(-\infty; -4]$.

14. Зобразити на координатній прямій і записати проміжок, що задається нерівністю:

1) $x < 4$; 4) $x \ge 2$; 7) $-2{,}5 \le x < 3{,}8$;

2) $x > -3$; 5) $-3 < x < 4$; 8) $-1{,}5 < x \le 2{,}3$.

3) $x \le -1$; 6) $-\frac{2}{3} \le x \le 2\frac{1}{4}$;

15. Записати всі цілі числа, які належать проміжку:

1) $(2; 4]$; 2) $[-5{,}4; -0{,}2)$; 3) $[-2{,}8; 2{,}7]$; 4) $(-2; 2)$.

Варіант 3

Числові нерівності та їх властивості

1. Дано: $m > n$. Порівняти:
1) $m + 3$ і $n + 3$; 2) $m - 4$ і $n - 4$; 3) $2{,}3m$ і $2{,}3n$; 4) $-n$ і $-m$; 5) $-70m$ і $-70n$; 6) $-\frac{m}{15}$ і $-\frac{n}{15}$.

2. Дано: $a > b$. Порівняти:
1) $a + 1$ і b; 2) a і $b - 4$; 3) $a + 2$ і $b - 3$; 4) $a - 3$ і $b - 2$.

3. Порівняти a і 0, якщо:
1) $3a > 6a$; 2) $\frac{a}{7} > \frac{a}{12}$; 3) $-2a > 5a$; 4) $-\frac{a}{10} > -\frac{a}{20}$.

4. Чи вірне твердження:
1) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a + b > 12$;
2) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a + b > 11$;
3) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a + b > 13$;
4) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $ab > 32$;
5) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a - b > -4$;
6) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $ab > 30$;
7) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $2a + 3b > 32$;
8) якщо $a > 4$ і $b < 8$, то $a - b > -4$;
9) якщо $a < 4$ і $b < 8$, то $ab < 32$;
10) якщо $0 < a < 4$ і $0 < b < 8$, то $ab < 32$;
11) якщо $a > 4$, то $a^2 > 16$;
12) якщо $a < 4$, то $a^2 < 16$;
13) якщо $a > 4$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{4}$;
14) якщо $a < 4$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{4}$?

3) $6x^2 + x - 1$; 4) $18x^2 - 5x - 2$; 5) $x^2 - 8x + 5$; 6) $12x^2 - x - 2$; 7) $9x^2 - 30x + 25$; 8) $2x^2 + x + 7$.

70. Довести, що:
1) $a^2 - 8a + 17 > 0$ при всіх значеннях a;
2) $6y - 5y^2 - 4 < 0$ при всіх значеннях y;
3) $x^2 - 6xy + 10y^2 - 5y + 7 > 0$ при всіх значеннях x і y;
4) $81n^2 - 108n + 40 \geq 4$ при всіх значеннях n.

71. Розкласти на множники квадратний тричлен:
1) $a^2 - 18a + 17$; 2) $-x^2 - 4x + 21$; 3) $60y^2 - 20y - 5$; 4) $\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}$; 5) $-\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 5$; 6) $n^2 - 5n + 1$; 7) $9x^2 - 24x + 16$; 8) $-5y^2 + 3y - 7$.

72. При яких значеннях a можна розкласти на лінійні множники квадратний тричлен:
1) $3x^2 + 5x + 2a$; 2) $ax^2 - 3x + 3$; 3) $4x^2 - 2ax + 1$; 4) $(a - 2)x^2 + 2ax + 2$.

73. Скоротити дріб:
1) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4}$; 2) $\frac{3x - 9}{x^2 + 4x - 21}$; 3) $\frac{3x^2 - x - 2}{9x^2 - 4}$; 4) $\frac{4a^2 + 12a + 9}{2a^2 + a - 3}$; 5) $\frac{a^2 + 5a - 14}{a^2 + 8a + 7}$; 6) $\frac{x^3 + 8}{6x^2 + 11x - 2}$; 7) $\frac{x^2 - 4}{5x - x^2 - 6}$; 8) $\frac{x^2 + 2x - 15}{4x - x^2 - 3}$; 9) $\frac{4x^2 - 7x - 2}{11x - 4x^2 + 3}$.

74. Побудувати графік функції:
1) $y = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2}$; 2) $y = \frac{5x^2 + 4x - 1}{x + 1} - \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

75. Спростити вираз:
1) $\frac{3y^2 - 10y + 8}{4y^2 - 36} \cdot \frac{y - 3}{y - 2} + \frac{0{,}25 - y}{y + 3}$;
2) $\left(\frac{y - 1}{5y^2 - 16y + 3} - \frac{3}{y^2 - 9}\right) : \frac{2y^3 - 26y^2}{5y^2 + 14y - 3}$;

3) $\left(\frac{6x}{x^2 - x - 2} + \frac{9}{x^2 - 4}\right) : \frac{2x + 1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x + 13}{x - 2}$.

76. Розкласти на множники тричлен:

1) $x^2 + xy - 6y^2$; 3) $6m^2 - mn - n^2$.

2) $3a^2 - 10ab + 3b^2$;

77. Розв'язати рівняння:

1) $(a^2 + 2a - 8)\,x = a^2 - 4$;

2) $(2a^2 - 5a - 3)\,x = 3a^2 - 10a + 3$.

Перетворення графіків функцій

78. На мал. 6 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудувати графік функції:

1) $y = f(x) + 1$; 3) $y = f(x + 3)$; 5) $y = -f(x)$;

2) $y = f(x) - 2$; 4) $y = f(x - 1)$; 6) $y = 2 - f(x)$.

79. Побудувати графік функції:

1) $y = x^2$; 5) $y = 3 - x^2$; 8) $y = (x + 2)^2 + 2$;

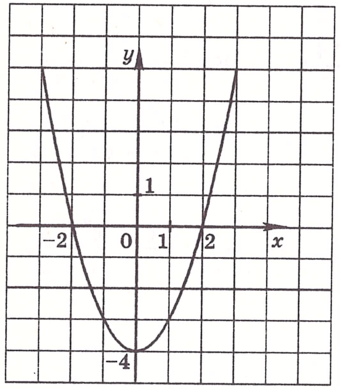
2) $y = x^2 - 2$; 6) $y = (x + 3)^2$; 9) $y = (x - 2)^2 - 1$;

3) $y = x^2 + 2$; 7) $y = (x - 1)^2$; 10) $y = -(x + 1)^2 - 2$.

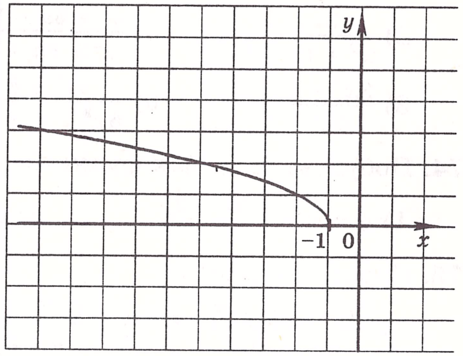
4) $y = -x^2 - 1$;

80. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{6}{x}$; 2) $y = \frac{6}{x} - 1$; 3) $y = \frac{6}{x} + 2$; 4) $y = \frac{6}{x - 1}$;



а)



б)

Мал. 6

Складіть частотну таблицю і побудуйте відповідну гістограму. Визначте частоту і відносну частоту кожного її значення.

304. Дано 35 чисел, з них число 8 зустрічається 17 разів, число 13 зустрічається 4 рази і число 18 — 14 разів. Знайдіть середнє арифметичне цих 35 чисел.

305. Знайдіть центральні тенденції виборки:

1) 7; 9; 9; 12; 15; 15; 16; 21; 22; 24;

2) 2,3; 2,8; 3,2; 3,8; 4,1; 4,3; 5,4.

Відсоткові розрахунки

306. Морська вода містить 6% солі. Скільки солі міститься у 340 кг морської води?

307. Будівельники проклали 480 м шляхопроводу за два тижні. За перший тиждень вони виконали 45% роботи. Скільки метрів шляхопроводу проклали будівельники за другий тиждень?

308. Авансом робітник одержав 210 гривень, що становить 35% його заробітної плати. Яка заробітна плата робітника?

309. Морська вода містить 6% солі. Скільки води треба взяти, щоб отримати 84 кг солі?

310. Під час сушіння гриби втрачають 92% своєї ваги. Скільки свіжих грибів треба взяти, щоб отримати 24 кг сушених?

311. У шкільному актовому залі 240 місць. Під час вистави було зайнято 228 місць. Скільки відсотків місць було зайнято?

312. Швидкість автомобіля зросла з 80 км/год до 82 км/год. На скільки відсотків зросла швидкість?

313. Вартість деякого товару спочатку зросла на 10%, а потім знизилась на 10%. На скільки відсотків змінилась початкова ціна?

314. Вкладник поклав до банку 2400 гривень під 5% річних. Скільки грошей буде на його рахунку через 4 роки?

315. В 1999 році в деякому місті мешкало 60 400 жителів, а в 2001 — 54 511 жителів. На який відсоток щорічно зменшувалось населення цього міста?

5) $\left(\frac{9c^{\frac{1}{8}}}{c^{\frac{1}{8}}-8}+\frac{7c^{\frac{1}{8}}}{c^{\frac{1}{4}}-16c^{\frac{1}{8}}+64}\right):\frac{9c^{\frac{1}{8}}-65}{c^{\frac{1}{4}}-64}-\frac{8c^{\frac{1}{8}}+64}{c^{\frac{1}{8}}-8}.$

Наближені обчислення

297. Округліть число:
1) 74 287 493 з точністю до тисяч;
2) 2 735 821 з точністю до сотень;
3) 72,637921 з точністю до тисячних;
4) 721,73682 з точністю до сотих.

298. В яких межах знаходиться число a, якщо:
1) $a = 72 \pm 3$;   3) $a = 6{,}2 \pm 0{,}3$;
2) $a = 3{,}9 \pm 0{,}2$;   4) $a = 14{,}24 \pm 0{,}17$?
Запишіть відповідь у вигляді подвійної нерівності.

299. Знайдіть границю абсолютної похибки наближеного значення:
1) 32; 2) 3,2; 3) 21,73; 4) 21,730.

300. Знайдіть границі абсолютної і відносної похибок наближеного значення:
1) 27; 2) 27,0; 3) 2,7.

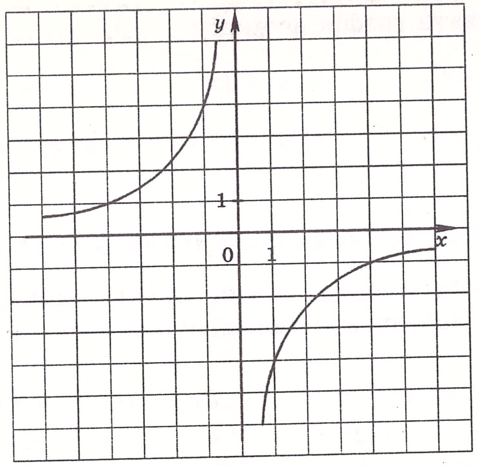
301. Знайдіть (з точним урахуванням похибок) суму, різницю, добуток і частку наближених значень:
1) $a = 7{,}83 \pm 0{,}02$ і $b = 4{,}21 \pm 0{,}04$;
2) $a = 6{,}58 \pm 0{,}03$ і $b = 3{,}5 \pm 0{,}2$.

302. Дано наближені значення $x = 3{,}74$ і $y = 2{,}6$. Знайдіть значення виразу:
1) $x - y$; 2) $x^2 + y^2$; 3) $2xy - x$.

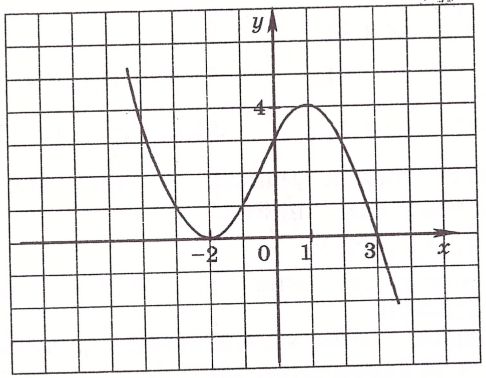
Перші відомості про статистику

303. У 24 легкових автомобілів зробили заміри витрати палива на 100 км і склали таблицю:

8	10	7,5	9	8	8,5
9	8,5	9	10	7,5	9
7,5	9	10	7,5	8,5	8
9	8	7,5	8,5	10	7,5



в)



г)

Мал. 6 (продовження)

5) $y = \frac{6}{x+2}$;   7) $y = \frac{x+6}{x}$;
6) $y = \frac{6}{x-1} - 1$;   8) $y = \frac{2x-2}{x+2}$.

81. Побудувати графік функції:
1) $y = \sqrt{x}$;   4) $y = \sqrt{x-1}$;   7) $y = 2 + \sqrt{x-1}$;
2) $y = \sqrt{x} + 2$;   5) $y = -\sqrt{x}$;   8) $y = -2 - \sqrt{x+1}$.
3) $y = \sqrt{x+3}$;   6) $y = 1 - \sqrt{x}$;

82. Побудувати графік функції:

1) $y = -2x^2$; 3) $y = 3x^2$; 5) $y = \sqrt{\frac{1}{2}x}$;

2) $y = \frac{1}{2}x^2$; 4) $y = -0{,}4x^2$; 6) $y = \sqrt{3x}$.

Квадратична функція та її графік

83. Визначити напрям віток, знайти координати вершини і побудувати схематично графік квадратичної функції:

1) $y = x^2 + 2x - 3$; 3) $y = 0{,}3x^2 + 3{,}6x + 11{,}3$;

2) $y = -x^2 - x + 2$; 4) $y = -3x^2 - 6x + 5$.

84. Побудувати графік функції:

1) $y = x^2 + 4x + 3$; 5) $y = 3x - x^2$;

2) $y = -x^2 - 2x + 3$; 6) $y = 1 - x^2$;

3) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 4$; 7) $y = -0{,}1x^2 + 0{,}4x - 0{,}4$;

4) $y = 2x^2 - 3x + 1$; 8) $y = x^2 - 4x + 5$.

85. Побудувати графік функції $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(4)$; $f(2{,}5)$; $f(0{,}5)$;
2) значення x, при яких $f(x) = -1$; $f(x) = -2$; $f(x) = 8$;
3) нулі функції;
4) найбільше і найменше значення функції;
5) область значень функції;
6) розв'язки нерівності $f(x) > 0$; $f(x) \le 0$.

86. Побудувати графік функції $f(x) = 6x - 3x^2$. Користуючись графіком, знайти:

1) $f(1)$; $f(0{,}5)$; $f(3)$;
2) значення x, при яких $f(x) = 3$; $f(x) = 0$; $f(x) = -9$;
3) нулі функції;
4) найбільше і найменше значення функції;
5) область значень функції.

87. Побудувати в одній системі координат графіки функцій $y = x^2 - x - 2$ і $y = -\frac{8}{x}$. Знайти, користуючись одержаним малюнком, корені рівняння $x^2 - x - 2 = -\frac{8}{x}$.

Перетворення виразів, які містять степені з дробовим показником

294. Спростити вираз:

1) $a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{1}{4}} - 2\right) - \left(a^{\frac{1}{4}} + 2\right)^2$;

2) $\left(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}\right) - \left(3x^{\frac{1}{3}} + 2y^{\frac{1}{3}}\right)\left(2x^{\frac{1}{3}} - 3y^{\frac{1}{3}}\right)$;

3) $\left(m^{\frac{1}{20}} + n^{\frac{1}{20}}\right)\left(m^{\frac{1}{10}} + n^{\frac{1}{10}}\right)\left(m^{\frac{1}{5}} + n^{\frac{1}{5}}\right)\left(m^{\frac{1}{20}} - n^{\frac{1}{20}}\right)$;

4) $\left(b^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{1}{2}}\right)\left(b - b^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}} + c\right) - b^{\frac{5}{6}}\left(b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{1}{6}}\right)$.

295. Скоротити дріб:

1) $\dfrac{x - 9x^{\frac{2}{7}}}{x^{\frac{5}{7}} - 9}$; 4) $\dfrac{m - m^{0,5}n^{0,5} + n}{m^{1,5} + n^{1,5}}$; 7) $\dfrac{4a^{\frac{2}{3}} - 1}{8a - 1}$;

2) $\dfrac{6y^{\frac{2}{3}}}{y^{\frac{5}{6}} - y^{\frac{2}{3}}}$; 5) $\dfrac{b + 2b^{0,5}c^{0,5} + c}{bc^{0,5} + b^{0,5}c}$; 8) $\dfrac{m^{\frac{5}{8}} + 5m^{\frac{1}{4}}}{m - 25m^{\frac{1}{4}}}$;

3) $\dfrac{a^{0,5} - b^{0,5}}{a - b}$; 6) $\dfrac{3a^{\frac{1}{3}} + a}{3a^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{5}{6}}}$; 9) $\dfrac{14^{\frac{1}{5}} + 2^{\frac{1}{5}}}{28^{\frac{1}{5}} + 4^{\frac{1}{5}}}$.

296. Спростити вираз:

1) $\dfrac{a^{\frac{1}{4}} + 4a^{\frac{1}{8}}b^{\frac{1}{8}} + 4b^{\frac{1}{4}}}{a - a^{\frac{3}{4}}b^{\frac{1}{4}}} \cdot \dfrac{ab^{\frac{7}{8}} - a^{\frac{7}{8}}b}{a^{\frac{1}{8}}b^{\frac{1}{8}} + 2b^{\frac{1}{4}}}$;

2) $\dfrac{2y - 5x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x - 4y} - \dfrac{x^{\frac{1}{2}}}{2y^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + 2y^{\frac{1}{2}}}$;

3) $\dfrac{x^{\frac{1}{6}} - 1}{2x^{\frac{1}{6}} - 6} - \dfrac{1}{x^{\frac{1}{6}}} - \dfrac{3\left(x^{\frac{1}{6}} - 1\right)}{2x^{\frac{1}{3}} - 6x^{\frac{1}{6}}}$;

4) $\left(\dfrac{a^{\frac{1}{6}} + 4}{a^{\frac{1}{6}} - 4} - \dfrac{a^{\frac{1}{6}} - 4}{a^{\frac{1}{6}} + 4}\right) : \dfrac{32a^{\frac{1}{2}}}{16 - a^{\frac{1}{3}}}$;

289. Замінити арифметичний корінь степенем з дробовим показником:

1) $\sqrt[3]{x}$; 3) $\sqrt[8]{c^7}$; 5) $\sqrt[3]{7^{-5}}$; 7) $\sqrt[11]{(a+b)^4}$;

2) $\sqrt[5]{y^3}$; 4) $\sqrt[7]{3b}$; 6) $\sqrt[10]{27}$; 8) $\sqrt[11]{a^4+b^4}$.

290. Знайти значення виразу:

1) $8^{\frac{1}{3}}$; 2) $32^{-\frac{2}{5}}$; 3) $0{,}0004^{-1{,}5}$; 4) $81^{0{,}75}$; 5) $\left(12\frac{1}{4}\right)^{1{,}5}$.

291. Знайти область визначення функції:

1) $y = x^{\frac{5}{8}}$; 3) $y = (x-2)^{3{,}4}$;

2) $y = x^{-1{,}2}$; 4) $y = (5 - 4x - x^2)^{-\frac{1}{7}}$.

292. Представити вираз у вигляді степеня або добутку степенів:

1) $x^{-1{,}3} \cdot x^{2{,}5}$; 6) $\left(x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{9}}\right)^{\frac{18}{25}}$;

2) $x^{\frac{11}{18}} \cdot x^{-\frac{5}{6}}$; 7) $\left(x^{\frac{4}{15}}\right)^{\frac{5}{16}} \cdot \left(x^{-\frac{5}{6}}\right)^{\frac{9}{20}}$;

3) $x^{\frac{7}{12}} : x^{\frac{5}{8}}$; 8) $(x^4)^{0{,}8} \cdot (x^{-1{,}4})^3 : (x^{-1{,}5})^6$;

4) $(x^{-6})^{0{,}6}$; 9) $\left(x^{-\frac{6}{49}}y^{-\frac{9}{28}}\right)^{\frac{7}{18}} \cdot \left(x^{\frac{5}{14}}y^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{2}{3}}$.

5) $x^{\frac{4}{7}} \cdot x^{\frac{9}{14}} \cdot x^{-\frac{15}{28}}$;

293. Знайти значення виразу:

1) $3^{3{,}6} \cdot 3^{-1{,}2} \cdot 3^{1{,}6}$; 4) $81^{-1{,}25} \cdot 9^{1{,}5} \cdot 27^{\frac{2}{3}}$;

2) $(5^{-0{,}8})^7 : 5^{-2{,}6}$; 5) $\left(\dfrac{7^{-\frac{2}{3}} \cdot 2^{-\frac{2}{3}}}{14^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-\frac{4}{3}}}\right)^{-1{,}5}$;

3) $\left(6^{-\frac{4}{11}}\right)^{\frac{11}{20}} \cdot 36^{1{,}1}$; 6) $\left(\dfrac{16^{\frac{4}{3}} \cdot 125^{\frac{1}{9}}}{4^{-\frac{1}{3}} \cdot 25^{\frac{2}{3}}}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{5^{\frac{2}{7}} \cdot 256^{\frac{1}{5}}}{2^{-\frac{2}{5}} \cdot 625^{\frac{4}{7}}}\right)^{\frac{1}{2}}$.

88. Побудувати в одній системі координат графіки функцій $y = -x^2 - x + 6$ і $y = \frac{12}{x}$. Встановити, користуючись одержаним малюнком, кількість коренів рівняння $-x^2 - x + 6 = \frac{12}{x}$.

89. D — дискримінант квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$. Зобразити схематично графік квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, якщо:

1) $a < 0$, $D > 0$, $c < 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$;

2) $a > 0$, $D = 0$, $-\frac{b}{2a} < 0$;

3) $a < 0$, $D < 0$, $-\frac{b}{2a} < 0$.

90. Знайти найбільше і найменше значення та проміжки зростання і спадання функції:

1) $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$; 3) $f(x) = 17 - 16x - 0{,}2x^2$;

2) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x - 2$; 4) $f(x) = 5x^2 + 8x$.

91. При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки A (1; –1) і B (3; –2)?

92. При яких значеннях a і b графік функції $y = ax^2 + bx - 1$ проходить через точки M (–1; 3) і N (2; 4)?

93. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в початку координат, що проходить через точку (3; –27). Задати цю функцію формулою.

94. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в точці A (0; –3), що проходить через точку B (3; 24). Задати цю функцію формулою.

95. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці (2; 5)?

96. Парабола, що є графіком квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, має вершину в точці M (3; 1) і проходить через точку K (1; 3). Знайти значення коефіцієнтів a, b і c.

97. Побудувати графік функції $y = x^2 - 2x + 3$ при $x \in [0; 3]$ та знайти, користуючись графіком, її область значень.

98. Знайти найбільше значення функції $y = -2x^2 + 12x + 3$, якщо вона визначена на проміжку:

1) $[0; 2]$; 2) $[2,5; 4]$; 3) $[5; 12]$.

99. При якому значенні c найменше значення функції $y = 3x^2 - 6x + c$ дорівнює -2?

100. При яких значеннях a функція $y = -2x^2 - 3x + a$ набуває від'ємних значень при всіх дійсних значеннях x?

101. При яких значеннях a функція $y = (a+1)x^2 - 2x + 3$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x?

102. При яких значеннях a функція $y = (a-2)x^2 + 2x + 7$ набуває невід'ємних значень при всіх дійсних значеннях x?

103. На параболі $y = x^2 + 3x - 8$ знайти точку, у якої:

1) абсциса і ордината рівні;

2) сума абсциси і ординати дорівнює 4.

104. Побудувати графік функції:

1) $y = \begin{cases} -3x - 5, & \text{якщо } x \le 1; \\ x^2 - 4x - 5, & \text{якщо } 1 < x < 4; \\ -5, & \text{якщо } x \ge 4; \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{якщо } x \le -1; \\ x - x^2, & \text{якщо } -1 < x \le 2; \\ 1, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$

105. Побудувати графік функції:

1) $y = \frac{|x|}{x}(x^2 - x - 2)$; 3) $y = x^2 + x\frac{|x+1|}{x+1} - 6$;

2) $y = x^2 - 2|x| - 3$; 4) $y = x^2 + 2|x + 1| - x - 2$.

106. При якому значенні a графік квадратичної функції $y = ax^2 + (a + 2)x + 2$ дотикається осі абсцис?

107. Нехай x_1 і x_2 — нулі квадратичної функції $y = -2x^2 - (2a - 1)x + 3a + 2$. Знайти, при яких значеннях a виконується нерівність $x_1 < 2 < x_2$.

285. Розв'язати рівняння:

1) $\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0$; 3) $x - 9\sqrt[3]{x} = 0$.

2) $3\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[6]{x} - 2 = 0$;

286. Спростити вираз:

1) $(\sqrt[4]{x} + 5)(\sqrt[4]{x} - 5) - (\sqrt[4]{x} + 6)^2$;

2) $\frac{\sqrt[3]{c}}{\sqrt[3]{c} - 4} - \frac{\sqrt[6]{c}}{\sqrt[6]{c} - 2}$;

3) $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2\sqrt{a} + 2\sqrt[4]{ab}} + \frac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$;

4) $\left(\frac{\sqrt[4]{a} + 3}{\sqrt[4]{a} - 3} + \frac{\sqrt[4]{a} - 3}{\sqrt[4]{a} + 3}\right) : \frac{3\sqrt{a} + 27}{9 - \sqrt{a}}$;

5) $\frac{5\sqrt[10]{a}}{\sqrt[10]{a} + 3} + \frac{\sqrt[10]{a} - 6}{3\sqrt[10]{a} + 9} \cdot \frac{135}{6\sqrt[10]{a} - \sqrt[5]{a}}$;

6) $\left(\frac{8\sqrt[8]{b}}{\sqrt[8]{b} + 7} - \frac{15\sqrt[8]{b}}{\sqrt[4]{b} + 14\sqrt[8]{b} + 49}\right) :$

$: \frac{8\sqrt[8]{b} + 41}{\sqrt[4]{b} - 49} + \frac{7\sqrt[8]{b} - 49}{\sqrt[8]{b} + 7}$.

287. Довести, що значення виразу $\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$ є число раціональне.

Степінь з раціональним показником і його властивості

288. Замінити степінь з дробовим показником коренем:

1) $7^{\frac{1}{3}}$; 3) $2^{-\frac{1}{5}}$; 5) $(ab)^{\frac{4}{5}}$; 7) $(m - n)^{2,5}$;

2) $5^{\frac{3}{7}}$; 4) $11^{-\frac{2}{9}}$; 6) $ab^{\frac{4}{5}}$; 8) $m^{-\frac{3}{5}} - n^{2,4}$.

277. Винести множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{12a^8}$; 5) $\sqrt[4]{1250x^{18}y^{21}}$; 9) $\sqrt[6]{m^7n^7}$, якщо $m \le 0$, $n \le 0$;

2) $\sqrt[4]{x^{15}}$; 6) $\sqrt[3]{108a^{10}b^{25}}$; 10) $\sqrt[6]{a^8b^7}$, якщо $a \le 0$;

3) $\sqrt[3]{-m^{16}}$ 7) $\sqrt[4]{-81a^{13}}$; 11) $\sqrt[4]{a^5b^{10}c^{20}}$, якщо $c \ge 0$;

4) $\sqrt[4]{x^{28}y^9}$; 8) $\sqrt[8]{a^{34}b^{19}}$; 12) $\sqrt[10]{-p^{21}q^{34}}$, якщо $q \le 0$.

278. Внести множник під знак кореня:

1) $7\sqrt{2}$; 2) $4\sqrt[3]{5}$; 3) $10\sqrt[4]{0{,}24}$; 4) $\frac{5}{3}\sqrt[3]{54}$.

279. Внести множник під знак кореня:

1) $x\sqrt{5}$; 4) $3a\sqrt[3]{2a}$; 7) $p\sqrt[10]{p^6}$, якщо $p \le 0$;

2) $y\sqrt{-y^5}$; 5) $m\sqrt[5]{7m^2}$; 8) $mn\sqrt[8]{m^4n^3}$, якщо $m \le 0$;

3) $b\sqrt[4]{b^7}$; 6) $5a^3\sqrt[3]{\frac{4}{25a^4}}$; 9) $m^3n^5\sqrt[6]{m^4n^8}$, якщо $m \ge 0$, $n \le 0$.

280. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{21}{\sqrt{7}}$; 2) $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}$; 3) $\frac{18}{\sqrt[4]{27}}$; 4) $\frac{20}{\sqrt[3]{10}}$; 5) $\frac{64}{\sqrt[5]{16}}$; 6) $\frac{a^5}{\sqrt[7]{a^5}}$.

281. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{42}{\sqrt{26}+\sqrt{5}}$; 2) $\frac{28}{5-\sqrt{18}}$; 3) $\frac{4}{\sqrt[3]{3}+1}$; 4) $\frac{9}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1}$.

282. Спростити вираз:

1) $\sqrt{\sqrt[6]{m}}$; 3) $\sqrt[7]{\sqrt[5]{x}}$; 5) $\sqrt[21]{b^{14}}$; 7) $\sqrt[7]{c\sqrt[5]{c^2}}$;

2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}$; 4) $\sqrt[4]{b\sqrt[5]{b^2}}$; 6) $\sqrt[18]{a^9b^{27}}$; 8) $\sqrt[6]{a^2\sqrt[5]{a^2}}$.

283. Скоротити дріб:

1) $\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{m-n}$; 3) $\frac{\sqrt[3]{x}-4}{\sqrt[6]{x}-2}$; 5) $\frac{\sqrt[10]{a^5b^4}+\sqrt[10]{a^4b^5}}{\sqrt[5]{b}-\sqrt[5]{a}}$;

2) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$; 4) $\frac{\sqrt[4]{x^3}+x}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$; 6) $\frac{x-27}{\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9}$.

284. Знайти значення виразу:

1) $\sqrt[3]{\sqrt{15}-4}\cdot\sqrt[6]{31+8\sqrt{15}}$; 2) $\sqrt{\sqrt{5}+2}\cdot\sqrt[4]{9-4\sqrt{5}}$.

Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною

108. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 + x - 30 < 0$;
2) $x^2 - 10x + 16 \ge 0$;
3) $-x^2 + 0{,}8x + 2{,}4 > 0$;
4) $5x^2 - 4x - 12 \le 0$;
5) $-2x^2 + 7x - 6 < 0$;
6) $2x^2 - 50x \ge 0$;
7) $4x^2 - 49 < 0$;
8) $16x^2 - 8x + 1 > 0$;
9) $x^2 + 10x + 25 \ge 0$;
10) $2x^2 - 3x + 4 > 0$;
11) $9x^2 - 6x + 1 \le 0$;
12) $4x^2 - 20x + 25 < 0$;
13) $3x^2 - x + 2 \le 0$;
14) $-9x^2 + 4x - 2 < 0$;
15) $-4x^2 + 4x - 1 \le 0$.

109. Розв'язати нерівність:

1) $x^2 \le 16$; 3) $9x^2 \le 5x$; 5) $-7x^2 < -28$;

2) $x^2 > 5$; 4) $-4x^2 \ge -12x$; 6) $0{,}4x^2 < -10x$.

110. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $(2x-1)(x+3) \ge 4$;
2) $(x+2)^2 < 13 - (x-3)^2$;
3) $x^2 + x(1-\sqrt{5}) < \sqrt{5}$;
4) $\frac{x^2+x}{2} - \frac{8x-1}{3} < -2$;
5) $\frac{x^2-4x}{8} + \frac{x-3}{5} \ge \frac{1-x}{6}$;
6) $(6x-5)^2 + (3x-2)(3x+2) > 36$.

111. Знайти область визначення функції:

1) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 48}$; 3) $y = \sqrt{x^2 - 5x - 14} - \frac{3}{x^2 - 25}$;

2) $y = \frac{2x-1}{\sqrt{4x-16x^2}}$; 4) $y = \frac{x+3}{\sqrt{14-3x-2x^2}} + \frac{x-1}{2x^2-3x+1}$.

112. Знайти цілі розв'язки нерівності:

1) $2x^2 + 8x \le 0$;
2) $x^2 - 12 < 0$;
3) $-4x^2 + 13x - 3 \ge 0$;
4) $6x^2 - 7x + 2 \le 0$;
5) $-\frac{1}{3}x^2 - 2x + 9 > 0$;
6) $x^2 - 2{,}6x + 1{,}2 \le 0$.

113. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 - 3x - 10 \le 0, \\ x > 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 - 5x - 14 \le 0, \\ 3x + 6 \le 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 10x - 8 > 0, \\ x \le 5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 - x - 6 \ge 0, \\ x^2 - x - 30 < 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 - 3x - 9 \le 0, \\ 2x - 7 \ge 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 - 4x - 12 \le 0, \\ x^2 - 6x - 7 < 0. \end{cases}$

114. Знайти цілі розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 < 0, \\ x \ge 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 - 7x - 18 \ge 0, \\ -3{,}1 \le x \le 15{,}4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 4x \le 0, \\ -0{,}3x + 0{,}9 > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + (\sqrt{11} - 3)x - 3\sqrt{11} \le 0, \\ -x^2 - 1{,}5x + 7 \ge 0. \end{cases}$

115. Знайти, при яких значеннях a рівняння не має коренів:

1) $x^2 + (a + 1)\,x + 1 = 0$;

2) $(a - 1)\,x^2 - 2ax + 3a = 0$;

3) $(9 - 3a)\,x^2 - (a - 3)\,x + 1 = 0$;

4) $(a - 2)\,x^2 - 2\,(a + 1)\,x + 3a + 3 = 0$.

116. Знайти, при яких значеннях b рівняння має два різних дійсних кореня:

1) $x^2 - bx + 2b - 3 = 0$;

2) $bx^2 + (2b - 1)\,x + b = 0$;

3) $(1 - 2b)\,x^2 + 2\,(2b + 1)\,x + 6b - 2 = 0$;

4) $(3b + 10)\,x^2 + (5b - 10)\,x - 5b + 5 = 0$.

117. Розв'язати рівняння:

1) $x^2 - 2\,(a - 2)\,x + 3a - 6 = 0$;

2) $(a - 1)\,x^2 + 2ax - 4a = 0$;

3) $(3a - 6)\,x^2 - (4a - 8)\,x + 1 = 0$.

118. Знайти, при яких значеннях a нерівність виконується при всіх дійсних значеннях x:

1) $x^2 - 2\,(a + 1)\,x + 2a^2 - a + 1 > 0$;

2) $-\frac{1}{2}\,x^2 - 2ax + 8a^2 - 4 \ge 0$;

272. Спростити вираз:

1) $\sqrt[8]{m^8}$, якщо $m \ge 0$;

2) $\sqrt[4]{n^4}$, якщо $n \le 0$;

3) $\sqrt[9]{p^9}$;

4) $\sqrt[4]{625x^{12}y^{28}z^8}$, якщо $x \ge 0$; $y \le 0$;

5) $2{,}5x^3\sqrt[4]{256x^{20}}$, якщо $x \ge 0$;

6) $\dfrac{\sqrt[3]{a^9b^{15}c^{18}}}{\sqrt[6]{a^{12}b^{18}c^{30}}}$, якщо $b > 0$; $c < 0$;

7) $\sqrt[3]{0{,}008m^{36}n^{48}}$;

8) $-0{,}8y^2 \cdot \sqrt[4]{81x^{44}y^{24}}$, якщо $x \ge 0$.

273. Спростити вираз:

1) $\sqrt[6]{(x + 2)^6}$;

2) $\sqrt[8]{(b - 10)^8}$, якщо $b \ge 10$;

3) $\sqrt[12]{(4 - y)^{12}}$, якщо $y \le 4$;

4) $(21 - b)\sqrt[6]{\dfrac{729}{(b - 21)^6}}$, якщо $b > 21$.

274. Спростити вираз:

1) $\sqrt[4]{(\sqrt{5} - 6)^4}$; 3) $\sqrt[8]{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^8}$;

2) $\sqrt[3]{(4 - \sqrt{3})^3}$; 4) $\sqrt[6]{(7 - 5\sqrt{2})^6} + \sqrt[5]{(3 - 5\sqrt{2})^5}$.

275. Побудувати графік функції:

1) $y = \sqrt[6]{x^6} + x$, якщо $x \le 0$; 4) $y = \sqrt[4]{x^4} - x$;

2) $y = (\sqrt[4]{x + 1})^4$; 5) $y = \sqrt[6]{(x - 1)^5} \cdot \sqrt[6]{x - 1}$;

3) $y = \sqrt[4]{(x + 1)^4}$; 6) $y = \dfrac{(x - 1)^2}{\sqrt[8]{(x - 1)^8}} - 1$.

276. Винести множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt[3]{40}$; 2) $\sqrt[5]{128}$; 3) $\sqrt[4]{162}$; 4) $\sqrt[3]{375}$.

264. Розв'язати рівняння:

1) $(a-1)\sqrt[8]{x}=0$; 4) $\sqrt[6]{x}=a-1$; 7) $x^5=a+1$;

2) $\sqrt[6]{a(x-1)}=0$; 5) $x^4=a-5$; 8) $x^{10}=49-a^2$.

3) $(a+2)\sqrt[4]{x}=a+2$; 6) $ax^8=6$;

265. Розв'язати рівняння:

1) $x^{10}+31x^5-32=0$; 3) $x^{12}-5x^6-24=0$.

2) $x^8-14x^4+13=0$;

266. Знайти два послідовних цілих числа, між якими міститься число: 1) $\sqrt[3]{20}$; 2) $\sqrt[4]{90}$; 3) $-\sqrt[4]{40}$.

267. Оцінити значення $\sqrt[5]{x}$, якщо:

1) $32 \le x \le 1024$; 2) $-100000 < x < 243$.

268. Оцінити значення x, якщо:

1) $-2 \le \sqrt[3]{x} \le 6$; 2) $2 < \sqrt[4]{x} < 4$.

269. Вказати всі цілі числа, що розташовані на координатній прямій між числами:

1) 7 і $\sqrt[3]{400}$; 2) $\sqrt[7]{-98}$ і $\sqrt[4]{1300}$.

Властивості арифметичного кореня *n*-го степеня

270. Знайти значення кореня:

1) $\sqrt[3]{216\cdot 343}$; 4) $\sqrt[5]{11^5\cdot 5^{10}}$;

2) $\sqrt[4]{0{,}0625\cdot 256}$; 5) $\sqrt[9]{0{,}2^9\cdot 3^{18}}$;

3) $\sqrt[7]{128\cdot 0{,}0000001}$; 6) $\sqrt[4]{\dfrac{10^4\cdot 3^{16}}{9^4\cdot 2^8}}$.

271. Знайти значення виразу:

1) $\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[4]{5}$; 6) $\dfrac{\sqrt[4]{2^7\cdot 10^3}}{\sqrt[4]{10^{11}\cdot 2^3}}$;

2) $\sqrt[6]{16}\cdot\sqrt[6]{4}$; 7) $\sqrt[3]{7-\sqrt{22}}\cdot\sqrt[3]{7+\sqrt{22}}$;

3) $\sqrt[3]{0{,}09}\cdot\sqrt[3]{2{,}4}$; 8) $\sqrt[4]{9+\sqrt{65}}\cdot\sqrt[4]{9-\sqrt{65}}$;

4) $\sqrt[9]{2^5\cdot 5^4}\cdot\sqrt[9]{5^5\cdot 2^{22}}$; 9) $\sqrt[5]{\sqrt{13}-16}\cdot\sqrt[5]{\sqrt{13}+16}$.

5) $\dfrac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{54}}$;

3) $ax^2+8x-a+10>0$;

4) $(4-a^2)x^2+2(a-2)x+1\le 0$.

119. Знайти, при яких значеннях m нерівність не має розв'язків:

1) $mx^2-2mx+m-9>0$;

2) $(3m-4)x^2+2(m-2)x+m-2\le 0$.

120. Розв'язати систему нерівностей:

1) $\begin{cases}x^2+x-6<0,\\ x\ge a;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x^2+9x+8\ge 0,\\ x<a.\end{cases}$

121. Розв'язати нерівність:

1) $x^2-(a-2)x-2a\ge 0$;

2) $x^2-3ax+2a^2-a-1<0$.

122. При яких значеннях b один з коренів рівняння $x^2-(2b-3)x+b-4=0$ більший за 2, а другий — менший від 2?

123. При яких значеннях a один з коренів рівняння $(1-2a)x^2+(a^2-20)x+2=0$ більший за 1, а другий — менший від 1?

124. При яких значеннях m один з коренів квадратного рівняння $x^2+(2m+3)x+m^2=0$ менший від -3, а другий — більший за 0?

125. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $x^2-4ax+4a^2-a+1=0$ більші, ніж 2?

126. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $x^2-4(a-1)x+3a-5=0$ менші, ніж 3?

127. При яких значеннях a корені квадратного рівняння $2x^2-(3a-2)x-a+1=0$ належать проміжку $(-2; 1)$?

128. Розв'язати нерівність:

1) $|x^2-x-8|<12$; 4) $x^2-2|x|<15$;

2) $|x^2-2x|\ge 3$; 5) $x^2-7x+12>|x-4|$;

3) $|x-3|(x+1)\ge 4x$; 6) $|x|\cdot|x-3|+x-2<0$.

Розв'язування нерівностей методом інтервалів

129. Розв'язати нерівність:

1) $(x-1{,}8)(x+3)\le 0$;

2) $(x+6)(x-1)(x-7)>0$;

3) $(4x+3)(2x-3)(x-5)\ge 0$;

4) $(2+x)(x+7)(2-x)>0$;

5) $(x+7{,}2)(x-x)(5-x)\le 0$;

6) $(3x+20)(3-6x)(2x-3)(7-3x)\ge 0$.

130. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x+3}{x-6}<0$; 4) $\frac{x+5{,}8}{x-2{,}3}\ge 0$; 7) $\frac{(x+5)(x+7)}{x-11}\le 0$;

2) $\frac{x-5}{x+7}>0$; 5) $\frac{3-x}{x-4}\ge 0$; 8) $\frac{x-6{,}5}{(x+3)(x-14)}\ge 0$;

3) $\frac{x-1{,}4}{x-2{,}6}\le 0$; 6) $\frac{4x+1{,}2}{1{,}8-3x}\le 0$; 9) $\frac{x+6{,}8}{(7-x)(x-4)}\le 0$.

131. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $(x^2+5x)(x^2-16)\ge 0$; 3) $\frac{x^2+6x+5}{x^2-3x+2}<0$;

2) $(x^2-4x+3)(x^2-2x)<0$; 4) $\frac{x^2+6x-7}{x^2-25}\ge 0$.

132. Розв'язати нерівність:

1) $(x^2+9)(x^2+x-12)\le 0$;

2) $(x+2)^2(x^2+2x-3)<0$;

3) $(x+2)^2(x^2+2x-3)\le 0$;

4) $(x+2)^2(x^2+2x-3)>0$;

5) $(x+2)^2(x^2+2x-3)\ge 0$;

6) $(x-4)^2(x^2+x-2)>0$;

7) $(x-4)^2(x^2+x-2)\ge 0$;

8) $(x-4)^2(x^2+x-2)<0$;

9) $(x-4)^2(x^2+x-2)\le 0$;

10) $(x+1)^3(x-1)^2(x-3)^6>0$;

11) $(x+1)^3(x-1)^2(x-3)^6\ge 0$;

257. Сума нескінченної геометричної прогресії дорівнює 162, а сума чотирьох її перших членів дорівнює 160. Знайти перший член і знаменник прогресії.

258. Записати у вигляді звичайного дробу число:

1) 0,222...; 2) 6,(24); 3) 0,6444...; 4) 5,1(6).

Означення кореня *n*-го степеня

259. Знайти значення кореня:

1) $\sqrt[3]{125}$; 2) $\sqrt{3{,}24}$; 3) $\sqrt[6]{0{,}000064}$; 4) $\sqrt[7]{-128}$; 5) $\sqrt[4]{7\frac{58}{81}}$.

260. Знайти значення виразу:

1) $0{,}7\sqrt[4]{10\,000}-\frac{4}{3}\sqrt[5]{243}$;

2) $\sqrt[8]{512}+2\,(\sqrt[7]{7})^7-6\sqrt[4]{81}$;

3) $3\,(-\sqrt[10]{18})^{10}-1{,}4\sqrt[3]{1\,000\,000}+\left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{80}\right)^4$;

4) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}\cdot\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}+(-3\sqrt{2})^2-(-\sqrt[5]{13})^5$;

5) $\sqrt[5]{0{,}00032}+\frac{1}{3}(-3\sqrt[6]{0{,}5})^6+5\sqrt[13]{0{,}4^{13}}$;

6) $(-\sqrt[3]{17})^3+\sqrt[15]{32^3}-\sqrt[6]{729}+2\sqrt[3]{-216}+\sqrt[6]{14^6}-10\sqrt[3]{0{,}008}$.

261. Знайти область визначення функції:

1) $y=\sqrt[4]{x+7}$; 3) $y=\sqrt[7]{x-6}$;

2) $y=\sqrt[6]{-x}$; 4) $y=\sqrt[8]{x^2+3x}$.

262. Розв'язати рівняння:

1) $\sqrt{x}=0{,}8$; 4) $\sqrt[4]{x}+3=0$; 7) $\sqrt[6]{3x}-2=0$;

2) $\sqrt[5]{x}=\frac{3}{2}$; 5) $\sqrt[3]{x}+7=0$; 8) $\sqrt[6]{3x-2}=0$;

3) $\sqrt[4]{x}-4=0$; 6) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{x}+3=0$; 9) $\sqrt[6]{3x-2}=2$.

263. Розв'язати рівняння:

1) $x^7=128$; 5) $x^{10}=1$; 9) $(x-4)^3=125$;

2) $x^9=11$; 6) $x^4=625$; 10) $(x+1)^4=16$;

3) $x^5=-25$; 7) $x^8=9$; 11) $2x^6-36=0$;

4) $x^6=\frac{1}{729}$; 8) $x^6=-64$; 12) $3x^4+27=0$.

246. Знайти суму шести перших членів геометричної прогресії 16; 24; 36; ... .

247. Знайти суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_6 = 4$; $q = 2$;

2) $b_1 = \sqrt{3}$; $b_5 = 9\sqrt{3}$; $q > 0$;

3) $b_3 = 36$; $b_6 = \frac{1}{6}$.

248. Геометрична прогресія (b_n) задана формулою загального члена $b_n = 0{,}4 \cdot 3^{n-1}$. Знайти суму п'яти перших членів.

249. Знайти перший член геометричної прогресії (x_n), якщо $q = \frac{1}{4}$; $S_4 = 765$.

250. Знайти кількість членів геометричної прогресії (a_n), якщо $a_1 = -8$; $q = 3$; $S_n = -2912$.

251. Різниця четвертого і другого членів геометричної прогресії дорівнює 30, а різниця четвертого і третього членів дорівнює 24. Знайти суму п'яти перших членів прогресії.

252. Знайти перший член, знаменник і кількість членів геометричної прогресії (z_n), якщо $z_5 - z_1 = 9$; $z_3 + z_1 = 3$; $S_n = 153$.

Нескінченна геометрична прогресія із знаменником q таким, що $|q| < 1$

253. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії:

1) 80; 30; 11,25; ... ;

2) 10; $2\sqrt{5}$; 2; ... .

254. Знайти перший член нескінченної геометричної прогресії, сума якої дорівнює 18, а знаменник дорівнює $\frac{2}{9}$.

255. Знайти четвертий член нескінченної геометричної прогресії, перший член якої дорівнює −54, а сума дорівнює −81.

256. Знайти суму нескінченної геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_4 = 48$; $b_6 = 12$;

2) $b_4 b_6 = 4$; $b_3 + b_5 = 8$.

12) $(x + 3)^3 (x - 1)^2 (x - 3)^6 (x - 4)^5 \ge 0$;

13) $(x^2 + 9x + 14)(x^2 + 5x + 7) \ge 0$;

14) $(x^2 - 3x + 1)(5x - x^2 - 9) \le 0$.

133. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} > 0$;

2) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} \ge 0$;

3) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} < 0$;

4) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} \le 0$;

5) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} > 0$;

6) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} \ge 0$;

7) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} < 0$;

8) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} \le 0$;

9) $\frac{x^2 + 2x - 3}{|x + 1|} \le 0$;

10) $\frac{|x - 3|}{x^2 - 5x - 36} \ge 0$.

134. Знайти множину розв'язків нерівності:

1) $\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25} \le 0$;

2) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x - 2} \ge 0$.

135. Розв'язати нерівність:

1) $\frac{5x - 8}{x + 1} \le \frac{x - 4}{x + 1}$;

2) $\frac{2x}{3x + 5} \le 2$;

3) $\frac{x^2 + 7x}{x + 3} \le \frac{8}{x + 3}$;

4) $\frac{x^2 - x}{x + 3} \ge 1$.

136. Розв'язати нерівність:

1) $(x - 2)(x - a) < 0$;

2) $(x - 2)(x - a)^2 > 0$;

3) $(x - 2)(x - a)^2 \ge 0$;

4) $(x - a)(x + 4)^2 < 0$;

5) $(x - a)(x + 4)^2 \le 0$;

6) $\frac{x - 3}{x - a} \ge 0$;

7) $\frac{(x + 3)(x - a)}{x + 3} \ge 0$;

8) $\frac{(x - 1)(x - a)}{x - a} \le 0$.

Розв'язування рівнянь з використанням розкладу на множники

137. Розв'язати рівняння:

1) $7x^3 - 42x = 0$;

2) $5x^3 - 5x^2 - 10x = 0$;

3) $5x^4 - 2x^2 = 0$;

4) $49x^3 - 14x^2 + x = 0$;

5) $x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$;

6) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$;

7) $x^4 + 2x^3 + 8x + 16 = 0$;

8) $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$;

9) $x^5 - 4x^4 + 4x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$;

10) $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$.

138. Розв'язати рівняння:

1) $x^3 - 5x^2 + 4 = 0$; 3) $x^3 - 4x^2 + 5 = 0$;

2) $x^3 - 6x + 5 = 0$; 4) $x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x + 5 = 0$.

Розв'язування рівнянь з використанням введення нової змінної

139. Розв'язати рівняння:

1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; 4) $x^4 + 26x^2 + 25 = 0$;

2) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$; 5) $9x^4 - 19x^2 + 2 = 0$;

3) $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$; 6) $5t^4 + 3t^2 - 2 = 0$.

140. Розв'язати рівняння:

1) $(x^2 - 7)^2 + 6(x^2 - 7) - 16 = 0$;

2) $(x - 3)^4 - 5(x - 3)^2 + 4 = 0$;

3) $(x^2 + 2x)^2 + 27(x^2 + 2x) + 72 = 0$;

4) $(x^2 + x + 1)^2 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$;

5) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) = -1$;

6) $(2x^2 + 3x - 1)^2 - 10x^2 - 15x + 9 = 0$;

7) $(x^4 + x^2)^2 - x^4 - x^2 = 2$;

8) $(x^2 + x - 2)(x^2 + x) = 24$.

235. В геометричній прогресії (b_n): $b_1 = -\frac{1}{27}$; $q = -3$. Знайти:

1) b_2; 2) b_5; 3) b_8; 4) b_k.

236. Знайти знаменник і шостий член геометричної прогресії 72; 12; 2; ... .

237. Знайти знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_1 = 0{,}0001$; $b_8 = -1000$; 2) $b_4 = 4$; $b_6 = 8$.

238. Знайти перший член геометричної прогресії (y_n), якщо:

1) $y_5 = \frac{3}{4}$; $q = -\frac{1}{4}$; 2) $y_3 = 15$; $y_6 = 45\sqrt{3}$.

239. Число 162 є членом геометричної прогресії $\frac{2}{9}$; $\frac{2}{3}$; 2; ... . Знайти номер цього члена.

240. Між числами 64 і 27 вставити два таких числа, щоб вони разом з даними числами утворювали геометричну прогресію.

241. Послідовність (b_n) задана формулою загального члена $b_n = \frac{4^{n+2}}{5}$. Чи буде ця послідовність геометричною прогресією?

242. Знайти перший член і знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо:

1) $b_8 = 25b_6$ і $b_2 + b_4 = -520$;

2) $b_5 - b_2 = -54$ і $b_3 + b_4 + b_5 = -36$.

243. При якому значенні x числа $3x - 13$; $x - 3$ і $x - 5$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайти ці числа.

244. Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 15. Якщо до цих чисел додати відповідно 1; 1 і 4, то утвориться геометрична прогресія. Знайти ці числа.

Сума *n* перших членів геометричної прогресії

245. Знайти суму п'яти перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = 625$; $q = \frac{1}{5}$.

224. Знайти суму вісімнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_{11} - a_3 - a_8 = 27$ і $a_6 + a_{14} = 86$.

225. Знайти суму членів арифметичної прогресії з сьомого по двадцять шостий включно, якщо перший член дорівнює 39, а різниця дорівнює −2.

226. Знайти суму членів арифметичної прогресії (b_n) з дев'ятого по двадцять третий включно, якщо $b_1 = 9$ і $b_{17} = 65$.

227. Знайти суму всіх додатних членів арифметичної прогресії 7,4; 7; 6,6; ... .

228. В арифметичній прогресії (a_n) $a_1 = 12$; $d = -2$. Знайти, скільки треба взяти перших членів прогресії, щоб їх сума дорівнювала −264.

229. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо сума шести перших її членів дорівнює −51, а сума чотирнадцяти перших членів дорівнює 49.

230. Знайти різницю арифметичної прогресії, перший член якої дорівнює 2, а сума восьми перших членів у 3 рази менша від суми наступних дев'яти членів.

231. Розв'язати рівняння:

1) $11 + 17 + 23 + \ldots + 6n + 5 = 528$;

2) $2 + 5 + 8 + \ldots + x = 126$.

232. Яку найбільшу кількість послідовних натуральних чисел, починаючи з 5, треба додати, щоб одержати суму, меншу від 290?

233. З двох селищ A і B, відстань між якими дорівнює 39 км, одночасно вийшли назустріч один одному два пішоходи. Один з них за першу годину пройшов 4 км, а за кожну наступну — на 200 м менше, ніж за попередню. Другий пішохід за першу годину пройшов 2 км, а за кожну наступну — на 400 м більше, ніж за попередню. Через скільки годин після початку руху пішоходи зустрінуться?

Означення геометричної прогресії. Формула n-го члена геометричної прогресії

234. Знайти чотири перших члена геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = 20$; $q = 0{,}2$.

141. Розв'язати рівняння:

1) $\frac{x-1}{x} - \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{x-1} = -\frac{5}{2}$;

2) $\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$;

3) $\frac{3}{1+x+x^2} = 3 - x - x^2$;

4) $\frac{x^2+x-3}{2} - \frac{3}{2x^2+2x-6} = 1$;

5) $\frac{x^2-3x-6}{x} - \frac{8x}{x^2-3x-6} = -2$;

6) $\frac{21}{x^2-4x+10} - x^2 + 4x = 6$.

142. Розв'язати рівняння:

1) $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4$;

2) $x^2 + \frac{16}{x^2} - 3\left(x - \frac{4}{x}\right) - 8 = 0$;

3) $(x^2 - 2x + 2)^2 + 3x(x^2 - 2x + 2) = 10x^2$;

4) $(x^2 - x)^4 - 5(x^2 - x)^2 x^2 + 6x^4 = 0$.

Графік рівняння з двома змінними

143. Побудувати графік рівняння:

1) $y = 3x - 1$;

2) $4x - 3y + 2 = 0$;

3) $4y - x = 0$;

4) $x + 2 = 0$;

5) $y - 2 = 0$;

6) $x^2 + y^2 = 4$;

7) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$;

8) $(x-1)^2 + y^2 = 3$;

9) $y = x^2 - 4x$;

10) $x^2 - y - 3x + 2 = 0$;

11) $|x| = 2$;

12) $|y| = 1$;

13) $xy = 12$;

14) $|xy| = 6$;

15) $y = |x + 2|$.

144. Побудувати графік рівняння:

1) $x = 2y^2$;

2) $|x + y| = 2$;

3) $|x - y| = 3$;

4) $x^2 - 4y^2 = 0$;

5) $9x^2 - y^2 = 0$;

6) $2x^2 + 5y^2 = 0$;

7) $(x+2)^2+(y-3)^2=0$; 10) $|x|+|y|=4$;

8) $x^2+4x+y^2-2y+5=0$; 11) $2|x|-|y|=3$;

9) $x^2+4x+y^2-2y+1=0$; 12) $y=\sqrt{4-x^2}$.

Графічний спосіб розв'язування систем рівнянь

145. Розв'язати графічно систему рівнянь:

1) $\begin{cases} y=x^2-4x+3, \\ y=x-3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+(y-1)^2=5, \\ x-2y+2=0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2-y=2, \\ x+y=4; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} xy=-8, \\ x+y=-2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2+y^2=10, \\ xy=3. \end{cases}$

146. Зобразити схематично графіки рівнянь і з'ясувати кількість розв'язків системи рівнянь:

1) $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=3-x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy=6, \\ y=\frac{1}{3}x^2-4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y=x^2+2, \\ y=5-2x^2; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} (x-2)^2+y^2=4, \\ y=4-3x^2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ y=3-x^2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} |y|=x, \\ y=-x^2+2x+3. \end{cases}$

147. Скільки розв'язків має система рівнянь в залежності від значення параметра a:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ y=x-a; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ |y|=5. \end{cases}$

Розв'язування систем рівнянь другого степеня

148. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} y=4-x, \\ x^2+3xy=18; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+xy-3y=-1, \\ 4x-y=3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=-5, \\ xy=-14; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 3x-2y=9, \\ 4x^2+6y=7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-5y=3, \\ x^2-2xy-y^2=-1; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 6x+y=5, \\ (x-3)(y+5)=2. \end{cases}$

209. Знайти, при якому значенні b числа $3b+1$, $4b-1$; b^2+b і b^2+b+1 будуть послідовними членами арифметичної прогресії.

210. Довести, що якщо a, b і c — три послідовні члени арифметичної прогресії, то

$$\frac{2}{9}(a+b+c)^3=a^2(b+c)+b^2(a+c)+c^2(a+b).$$

Сума *n* перших членів арифметичної прогресії

211. Знайти суму вісімнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=3{,}8$; $d=-1{,}4$.

212. Знайти суму двадцяти п'яти перших членів арифметичної прогресії $-10; -7; -4; \ldots$.

213. Арифметична прогресія (a_n) задана формулою загального члена $a_n=-2n+1$. Знайти S_{38}.

214. Івасик узяв у бібліотеці книжку. За перший день він прочитав сорок сторінок, а кожного наступного дня читав на 10 сторінок більше, ніж попереднього. Скільки сторінок у книжці, якщо Івасик прочитав її за 7 днів?

215. Знайти суму всіх натуральних чисел, що кратні 7 і не більші за 182.

216. Знайти суму всіх натуральних чисел, що кратні 8 і не більші за 210.

217. Знайти суму всіх натуральних чисел, що при діленні на 5 дають в остачі 3 і не більші за 188.

218. Сума n перших членів арифметичної прогресії обчислюється за формулою $S_n=3n^2+7n$. Знайти перший член і різницю прогресії.

219. Знайти різницю і шістнадцятий член арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1=8$ і $S_{22}=484$.

220. Знайти суму сорока перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо:

1) $a_1=19$; $a_{11}=-6$; 2) $a_7=6$; $a_{17}=26$.

221. Знайти суму дев'ятнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_{19}=60$; $d=3{,}5$.

222. Знайти перший і шостий члени арифметичної прогресії, якщо її різниця дорівнює 0,6, а сума десяти її перших членів дорівнює 39.

223. В арифметичній прогресії перший член дорівнює -36, а сума двадцяти восьми перших членів дорівнює 2016. Знайти різницю і шістнадцятий член прогресії.

197. Знайти формулу загального члена арифметичної прогресії:

1) 1; 4; 7; 10; ... ; 3) $5a^3$; $7a^3$; $9a^3$; $11a^3$; ... ;

2) 3; $2\frac{3}{4}$; $2\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{4}$; ... ; 4) $a-1$; $a-3$; $a-5$; $a-7$; ... .

198. Знайти різницю арифметичної прогресії (c_n), якщо:

1) $c_1 = 6$; $c_9 = 38$; 2) $c_4 = 40$; $c_{15} = 12$.

199. Знайти перший член арифметичної прогресії (d_n), якщо:

1) $d_{10} = 19$; $d = 5$; 2) $d_3 = 16$; $d_8 = 15$.

200. Знайти номер члена арифметичної прогресії (x_n), рівного −2,6, якщо $x_1 = 8{,}2$ і $d = -0{,}3$.

201. Знайти номер члена арифметичної прогресії (y_n), рівного 18,5, якщо $y_1 = 12$ і $d = 2{,}5$.

202. Дана арифметична прогресія −3,6; −3,3; −3; ... . Починаючи з якого номера її члени будуть додатними?

203. Знайти кількість від'ємних членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = -20$; $d = 1{,}8$.

204. Між числами −3 і 11 вставити шість таких чисел, щоб вони разом з даними числами утворювали арифметичну прогресію.

205. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n), якщо:

1) $a_5 + a_{13} = 38$ і $a_4 + a_8 = 29$;

2) $a_4 + a_{10} = 16$ і $a_2 \cdot a_6 = -12$.

206. Чи є послідовність (a_n) арифметичною прогресією, якщо вона задана формулою:

1) $a_n = 7 - 3n$; 3) $a_n = 0{,}8n$; 5) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$;

2) $a_n = 2n^2 + 1$; 4) $a_n = 0{,}64n + 23$; 6) $a_n = \frac{4n-3}{5}$?

207. В арифметичній прогресії збільшили кожний член у 3 рази. Чи буде утворена послідовність арифметичною прогресією?

208. Знайти, при якому значенні a числа $a^2 - 4a$, $2a - 5$ і $a + 11$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії.

149. Не виконуючи побудови, знайти координати точок перетину:

1) прямої $y = 1 - 5x$ і параболи $y = x^2 + x - 6$;

2) прямої $x - y - 5 = 0$ і кола $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 13$;

3) прямої $y = -3x + 10$ і кола $x^2 + y^2 = 10$;

4) парабол $y = 4x^2 + 4x + 1$ і $y = -2x^2 - 4x - 3$.

150. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 49, \\ x - y = 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5x^2 + 3y^2 = 18, \\ 5x^2 - 3y^2 = 12; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x^2 - 4xy + y^2 = 9, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 = 36; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4xy - y = -40, \\ 5x - 4xy = 27; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 - xy = -8, \\ y^2 - xy = 24; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 + 25y^2 = 29, \\ xy = 2. \end{cases}$

151. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 54, \\ xy = -10; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{15}{4}, \\ 2x - 5y = 9; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - y + xy = -4, \\ xy\,(x - y) = -21; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{5}{3x-2y} + \frac{2}{2x+y} = 21, \\ \frac{9}{3x-2y} + \frac{8}{2x+y} = 40; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 26, \\ x^2 + xy + y^2 = 13; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x+y}{x-2y} - \frac{3\,(x-2y)}{2x+y} = 2, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 23. \end{cases}$

152. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x^2 + 3xy - 10y^2 = 0, \\ x^2 + 2xy - y^2 = 28; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x^2 + xy - 3y^2 = 3, \\ x^2 - 4xy - 3y^2 = 9. \end{cases}$

Розв'язування задач за допомогою систем рівнянь другого степеня

153. Добуток двох чисел на 19 більший за їх суму. Знайти ці числа, якщо одне з них на 13 менше від потроєного другого числа.

154. Різниця двох чисел дорівнює 6, а сума чисел, обернених до даних, дорівнює $\frac{7}{20}$. Знайти ці числа.

155. Якщо деяке двоцифрове число, в якого число одиниць більше за число десятків, поділити на різницю його цифр, то в частці одержимо 12, а якщо поділити це число на добуток цифр, то в частці одержимо 1 і в остачі 16. Знайти дане число.

156. Площа прямокутника дорівнює 120 см^2, а периметр — 46 см. Знайти сторони прямокутника.

157. Площа прямокутника дорівнює 180 см^2. Якщо одну його сторону збільшити на 2 см, а другу зменшити на 3 см, то отримаємо прямокутник з тією ж площею. Знайти початкові розміри прямокутника.

158. Сума гіпотенузи і одного з катетів прямокутного трикутника дорівнює 25 см. Якщо цей катет зменшити на 7 см, а другий катет збільшити на 7 см, то одержимо прямокутний трикутник з тією ж самою гіпотенузою. Знайти периметр даного трикутника.

159. З двох селищ, відстань між якими дорівнює 81 км, виїхали одночасно назустріч один одному два велосипедисти і зустрілись через 3 год. Знайти швидкість кожного велосипедиста, якщо один з них витратив на весь шлях з одного селища до іншого на 1 год 21 хв менше, ніж другий.

160. Від пристані A до пристані B, відстань між якими дорівнює 90 км, вирушили одночасно два катери. Один з них прибув у B на 1 год 15 хв раніше за другого. Знайти швидкість кожного катера, якщо відомо, що другий катер за 3 год проходить на 30 км більше, ніж перший за одну годину, і швидкість кожного катера не перевищує 30 км/год.

161. Щоб пройти 60 км проти течії річки і 54 км в стоячій воді, пароплаву потрібно 4 год 30 хв. Для подолання 162 км в стоячій воді пароплаву потрібно часу на 3 год більше, ніж для подолання 72 км проти течії цієї ж річки. Знайти власну швидкість пароплава і швидкість течії.

162. З двох міст, відстань між якими дорівнює 480 км, вирушили назустріч один одному дві машини і зустрілися на середині дороги, причому одна з них виїхала на 2 год раніше за іншу. Якби машини виїхали одночасно, то вони б зустрілись через 4 год 48 хв. Знайти швидкість кожної машини.

163. Дві бригади, працюючи одночасно, можуть відремонтувати дорогу за 6 год 40 хв. Якщо ж спочатку одна бригада самостійно відремонтує $\frac{1}{3}$ дороги, а потім

187. Послідовність (x_n) задана формулою $x_n = \frac{(-1)^{n+2}}{5}$. Знайти: 1) x_1; 2) x_{10}; 3) x_{2k}; 4) x_{2k-1}; 5) x_{k+1}.

188. Знайти п'ять перших членів послідовності (a_n), якщо:

1) $a_1 = 2$; $a_{n+1} = a_n - 3$;

2) $a_1 = 27$; $a_{n+1} = \frac{81}{a_n}$;

3) $a_1 = 0{,}1$; $a_2 = -0{,}1$; $a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1}$;

4) $a_1 = a_2 = 1$; $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}^2$.

189. Послідовність (y_n) задана формулою $y_n = 3 - 5n$. Чи є членом цієї послідовності число: 1) 23; 2) −11; 3) −247? У випадку позитивної відповіді вказати номер відповідного члена.

190. Знайти число від'ємних членів послідовності (z_n), заданої формулою $z_n = 8n - 43$.

191. Підібрати одну з можливих формул загального члена послідовності, першими членами якої є числа:

1) 1; 9; 25; 49; 81; ... ; 3) 1; −2; 3; −4; 5; ... ;

2) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}$; ... ; 4) 0; 1; 0; $\frac{1}{2}$; 0; $\frac{1}{3}$; 0; $\frac{1}{4}$; 0; ... .

192. Довести, що послідовність (a_n), задана наступною формулою, є спадною:

1) $a_n = 20 - 3n$; 2) $a_n = 5 + n - n^2$; 3) $a_n = \frac{n+1}{2n-1}$.

193. Знайти найменший член послідовності (a_n), заданої формулою:

1) $a_n = n^3 - 10$; 2) $a_n = n^2 - 4n + 1$; 3) $a_n = n + \frac{4}{n}$.

Означення арифметичної прогресії. Формула n-го члена арифметичної прогресії

194. Знайти чотири перших члени арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = -1{,}2$; $d = 0{,}3$.

195. В арифметичній прогресії (a_n): $a_1 = -4$; $d = 0{,}8$. Знайти: 1) a_4; 2) a_{21}; 3) a_{36}.

196. Знайти різницю і двісті перший член арифметичної прогресії 5,4; 4,8; 4,2;... .

Степенева функція $y = x^n$, $n \in N$

178. Функцію задано формулою $g(x) = x^{12}$. Порівняти:

1) $g(5{,}8)$ і $g(4{,}9)$; 3) $g(-0{,}3)$ і $g(0{,}3)$;

2) $g(-12{,}3)$ і $g(-15{,}1)$; 4) $g(1{,}4)$ і $g(-2{,}1)$.

179. Функцію задано формулою $g(x) = x^{25}$. Порівняти:

1) $g(6{,}2)$ і $g(7{,}3)$; 3) $g(-7{,}5)$ і $g(7{,}5)$;

2) $g(-0{,}13)$ і $g(-0{,}17)$; 4) $g(-3{,}5)$ і $g(2{,}4)$.

180. Не виконуючи побудови графіка функції $y = x^4$, вказати, через які з даних точок проходить цей графік: A (–5; 625); B (0,3; 0,0081); C (–10; –10 000); D (2; –16).

181. Розв'язати рівняння:

1) $x^9 = 512$; 2) $x^5 = -243$; 3) $x^6 = 64$; 4) $x^6 = -729$.

182. Дослідити, скільки коренів в залежності від значення параметра a має рівняння:

1) $x^{20} = a + 4$; 2) $x^{16} = a^2 + 7a - 8$.

Послідовності

183. Записати п'ять перших членів послідовності:

1) двоцифрових чисел, кратних числу 5, взятих у порядку спадання;

2) неправильних звичайних дробів із чисельником 18, взятих у порядку зростання;

3) натуральних чисел, що дають при діленні на 3 остачу 2, взятих у порядку зростання.

184. Знайти чотири перших члени послідовності (a_n), заданої формулою:

1) $a_n = n - 4$; 2) $a_n = 3 - 2n$; 3) $a_n = \frac{n-1}{n^2}$; 4) $a_n = \frac{n^3}{3^n}$.

185. Знайти третій, п'ятий і сотий члени послідовності (b_n), заданої формулою:

1) $b_n = \frac{6}{n+1}$; 3) $b_n = 6n - n^2$;

2) $b_n = 0{,}1n + 0{,}3$; 4) $b_n = (-1)^n + (-1)^{n+2}$.

186. Послідовність (c_n) задана формулою $c_n = \frac{1}{2}n - 4$. Знайти: 1) c_1; 2) c_8; 3) c_{15}; 4) c_{300}; 5) c_{k+1}.

друга — решту, то весь ремонт буде виконаний за 14 год. За скільки годин може відремонтувати дорогу кожна бригада, працюючи самостійно?

164. Якщо відкрити одночасно дві труби, то басейн буде наповнено за 7 год 12 хв. Коли спочатку відкрили на 8 год одну трубу, а потім і другу, то басейн був заповнений через 4 год спільної роботи. За скільки годин може наповнити цей басейн кожна труба, працюючи самостійно?

165. Із міста A в місто B, відстань між якими дорівнює 300 км, виїхала вантажівка із швидкістю 40 км/год. Через 1 год після цього з A в B виїхала легкова машина, яка наздогнала вантажівку і передала водію вантажівки розпорядження повернутися в A. Після цього легкова машина продовжила свій рух в B з тією ж швидкістю і прибула в B одночасно з поверненням вантажівки в A. Знайти швидкість руху легкової машини.

166. Щоб переправити вантаж з точки A в точку B, його спочатку піднімають по похилій поверхні, а потім опускають теж по похилій поверхні, причому підйом виконується із швидкістю на 2 м/с більшою, ніж спуск. Шлях, який проходить вантаж з точки A в точку B, має довжину 120 м, і займає це проходження 14 с. Якби вантаж переміщували з точки B в точку A, то ця операція займала б 13 с. Знайти швидкість підйому і швидкість спуску вантажу.

167. З двох міст, відстань між якими дорівнює 280 км, виїхали одночасно назустріч одна одній дві машини. Одна з них приїхала у друге місто через 1 год 30 хв після зустрічі, а інша у перше місто — через 2 год 40 хв після зустрічі. Знайти, з якою швидкістю рухалась кожна машина і через скільки часу після початку руху відбулася зустріч машин.

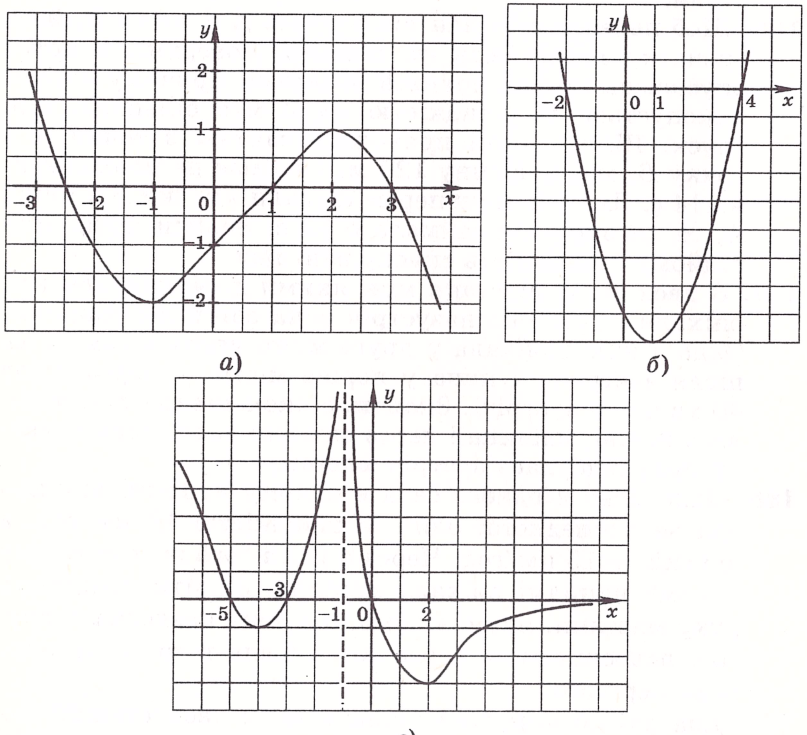
168. Одночасно з одного села в одному напрямі виїхали два велосипедиста: один із швидкістю 12 км/год, а другий — 15 км/год. Через 4 год з того ж села в тому самому напрямі виїхала машина. Знайти швидкість руху машини, якщо відомо, що вона наздогнала другого велосипедиста через 20 хв після того, як наздогнала першого.

169. Два поїзди вирушили одночасно з двох станцій назустріч один одному і після зустрічі кожен продовжив рух у початковому напрямі. Один з них, швид-

кість якого на 10 км/год менша від швидкості другого, прибув на другу станцію через 3 год 36 хв після зустрічі, а другий на першу станцію — через 2 год 30 хв. Знайти швидкість, з якою рухався кожний поїзд. Через який час після початку руху відбулася зустріч?

170. По двох колах рівних діаметрів рівномірно обертаються дві точки. Одна з них здійснює повний оберт на 5 с швидше, ніж друга, і тому встигає зробити за 1 хв на два оберти більше. Скільки обертів в хвилину виконує кожна точка?

171. З двох міст M і N одночасно назустріч одна одній вирушили дві машини. Одна з них прибула в N через 48 хв після зустрічі, а друга в M — через 1 год 15 хв. За який час кожна з машин проїде відстань між M і N?



Мал. 7

Властивості функцій. Парні і непарні функції

172. На мал. 7 зображено графік деякої функції $y = f(x)$. Користуючись графіком, знайти:
1) нулі функції;
2) проміжки, в яких функція зростає, і проміжки, в яких вона спадає;
3) розв'язки нерівності $f(x) < 0$.

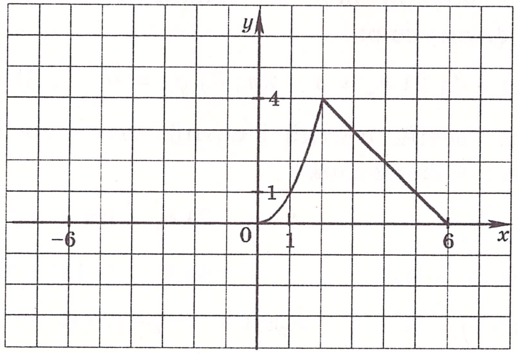
173. Які з лінійних функцій $y = 2x + 62$, $y = -0{,}18x + 1$, $y = 0{,}25x - 20$, $y = 122x - 1$, $y = 0{,}04x$, $y = -x - 1$:
1) зростаючі; 2) спадні?

174. Відомо, що $f(-3) = 7$. Знайти $f(3)$, якщо функція f:
1) парна; 2) непарна.

175. Чи є функція $f(x) = x^3$ непарною, якщо її областю визначення є множина:
1) $(-3; 3)$; 2) $(-\infty; -1] \cup [1; \infty)$; 3) $(-10; 10]$; 4) $(-5; \infty)$?

176. Чи є парною або непарною функція, задана формулою:
1) $f(x) = 7x^7$;
2) $f(x) = 2x^6 - 3x^4$;
3) $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 25}$;
4) $f(x) = \sqrt{x^2 - 16}$;
5) $f(x) = x^3 + x^2 + 4$;
6) $f(x) = \dfrac{4}{x + 6}$;
7) $f(x) = (x - 5)(x + 4) + x$;
8) $f(x) = (x + 1)^2 + (x - 1)^2$;
9) $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2}{4x - 12}$;
10) $f(x) = -x^2|x|$;
11) $f(x) = \dfrac{9x^3}{(x + 9)^2}$;
12) $f(x) = \dfrac{x + x^2}{x^3 - x}$?

177. На мал. 8 зображено частину графіка функції $y = g(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Побудувати графік цієї функції, якщо вона є: 1) парною; 2) непарною.



Мал. 8